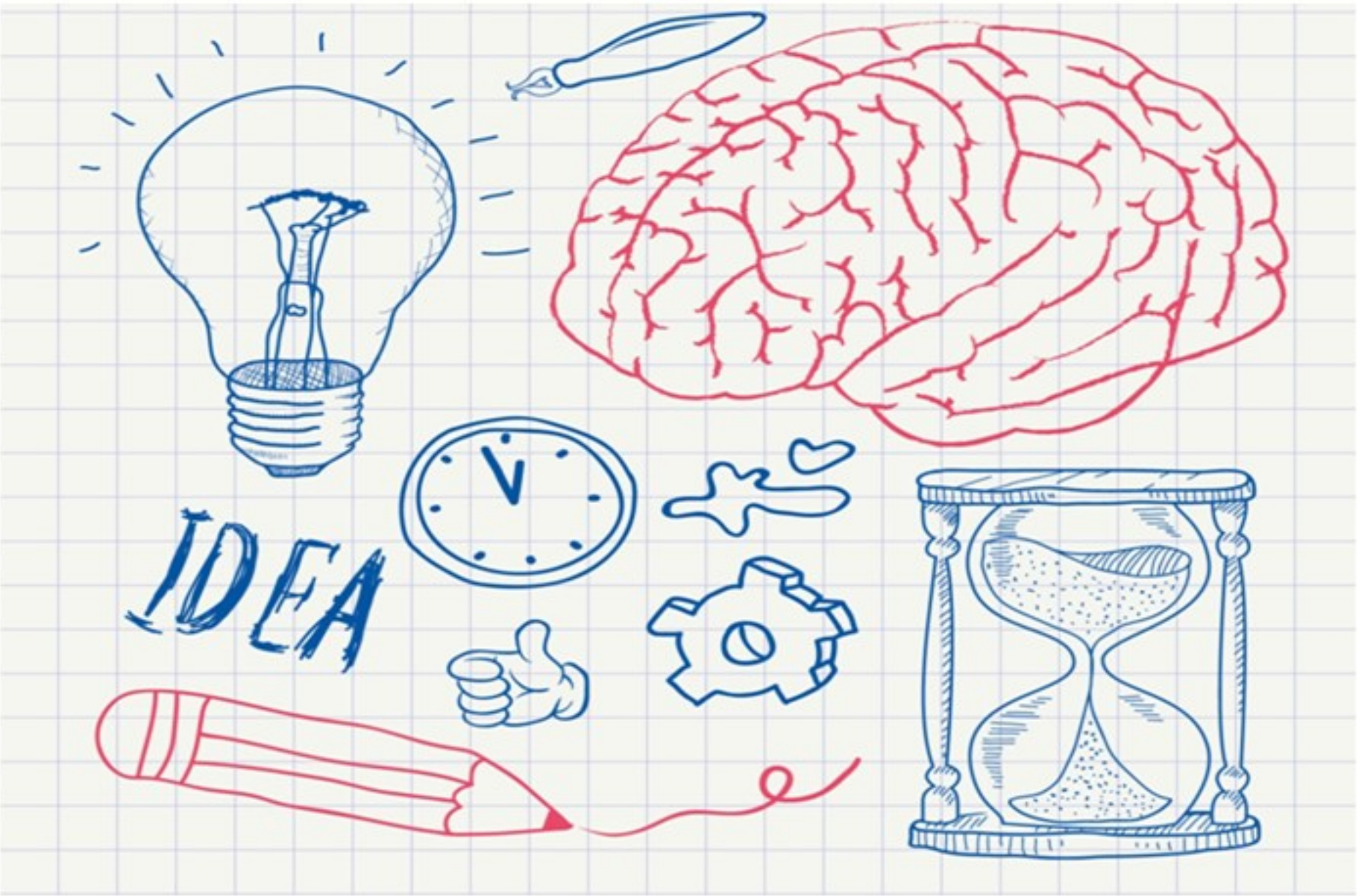
Why Tip

풀이교정(첨삭)



교재

이름

킹수학 전문학원

Tel 911-3128

a 틀린이유 작성방법

목차

01 오답 유형 분류표 (세분화) 2p
02 “틀린이유” 쓰기방법 3~4p

03 예시> 문제,해설(Why,Tip) 5~8p
04 한줄 오답정리,숙지 9~10p

05 실수의 종류,해결방법 11~13p
▶단순 계산
▶식 쓰는것 오류
▶문제 잘못 읽기
▶시간 배분

King 수학전문	01 오답 유형 분류표 (세분화)	참고	

1. 계산 실수

1-1. 사칙연산 오류
1-2. 부호(+, -) 실수
1-3. 괄호 계산 누락
1-4. 소수/분수 변환 오류
1-5. 약분 또는 통분 실수
1-6. 계산 순서 착오
1-7. 단위 변환 착오

---

2. 문제 오독

2-1. 조건 일부만 읽음
2-2. 숫자나 기호 잘못 읽음
2-3. 문제의 질문 의도 파악 실패
2-4. 그림 또는 표 해석 오류
2-5. 단위나 상황 설정 잘못 이해

---

3. 문제 접근 불가

3-1. 개념 자체를 모름
3-2. 유형 경험 부족
3-3. 풀이의 첫 단추를 못 끼움
3-4. 시도는 했지만 방향이 완전히 엉뚱함
3-5. 포기 (백지 또는 거의 빈칸)

---

4. 조건 누락 / 조건 해석 오류

4-1. 주어진 조건 중 일부를 무시함
4-2. 조건을 잘못 해석함
4-3. 숨은 조건(예: 도형에서 직각 조건 등)을 놓침

5. 개념 오용

5-1. 공식 자체를 틀리게 암기
5-2. 조건과 관계없이 공식을 무작정 적용
5-3. 적용해야 할 개념을 착각 (예: 확률인데 경우의 수로 풂)

---

6. 문제 해결 과정 중 오류

6-1. 중간 단계에서 실수 (풀이 절차 중 오류)
6-2. 수식 정리 실수
6-3. 검산 누락 또는 검산 실수
6-4. 식은 맞췄지만 계산 적용이 엉뚱함

---

7. 시간 압박 / 집중력 저하

7-1. 시간 부족으로 마지막까지 못 풀음
7-2. 집중력 떨어져 실수 연속
7-3. 쉬운 문제에서 어이없는 실수
7-4. 지루함/무기력으로 '건성으로 품'

---

8. 표현/기록 오류
8-1. 답을 제대로 써놓고 마킹 실수
8-2. 답은 맞지만 서술 과정이 잘못됨
8-3. 계산은 했으나 최종 답을 안 씀
8-4. 본인이 쓴 글씨를 스스로 오해함
9. 기타

9-1. 문제 풀이 도중 외부 방해 요소 (예: 물리적 방해, 급한 생리현상 등)
9-2. 혼동되는 개념 간 착각
9-3. 멘탈 붕괴, 불안, 긴장 등 심리적 요인
9-4. 기타 설명불가 (단순 실수라고만 말하는 경우 포함)

▶틀린 이유 쓰기

(1)채점 후 문제풀이 과정에서 틀린 문제를 다시 풀어보기
이유1> 문제를 잘못 이해했다 -> 다시 읽어보며 핵심을 찾아보기
이유2> 계산과정 중에 실수를 했다 -> 차근차근 다시 풀어보기
이유3> 너무 어려운 문제이다 -> 기본 개념(공식)부터 이해하기

(2)틀린문제 고치고 난 후 틀린이유를 구체적으로 쓰기

▶오답 기록(QM 체크)

Q(Question) 질문(개념/공식/접근법)
M(Mistake) 실수(계산/무의식/조건)

▶오답 유형(아이콘 체크)

△ 실수 : 개념+계산
◇ 헷갈림(착각) : 공식+무의식
☆ 질문 : 접근법+조건

▲ 실수로 틀린 문제 ◆ 맞았지만 시간이 많이 걸리거나 헷갈리는 문제 ★ 몰라서 틀린 문제

1>실수

직선위 선분,직선,반직선 구분을 못했다 (개념)
정삼각형,중심회전을 이용하지 못했다 (개념)
2÷a ≠ 2a 나눗셈 기호 생략한다고 계산했다 (계산)
5/2를 무의식적으로 2가 넘지 않는다라고 계산했다 (계산)
5를 3이라 보고 계산했다(계산)
암산해서 틀렸다 (계산)
부호를 보지않고 풀어서 틀렸다 (계산)
마이너스 부호를 빠뜨리고 계산했다(계산)
양변에 음수 곱할때, 부등호 변경 안했다(계산)

2>헷갈림(착각)

$(a-b)^2$을 $(a-b)(a+b)$로 계산했다(공식)
조건에 대한 내용이 긴가민가해서 틀렸다 (착각)
정비례라는 단어에 꽂혀서 다른내용 못봤다 (착각)
연장선이라는 단어를 보지 못했다 (착각)
도형이라는 단어를 놓치고 못봤다 (착각)
선분을 빼먹어서 풀어서 틀렸다 (착각)
기울기 부호와 그래프 모양을 잘못봤다 (착각)

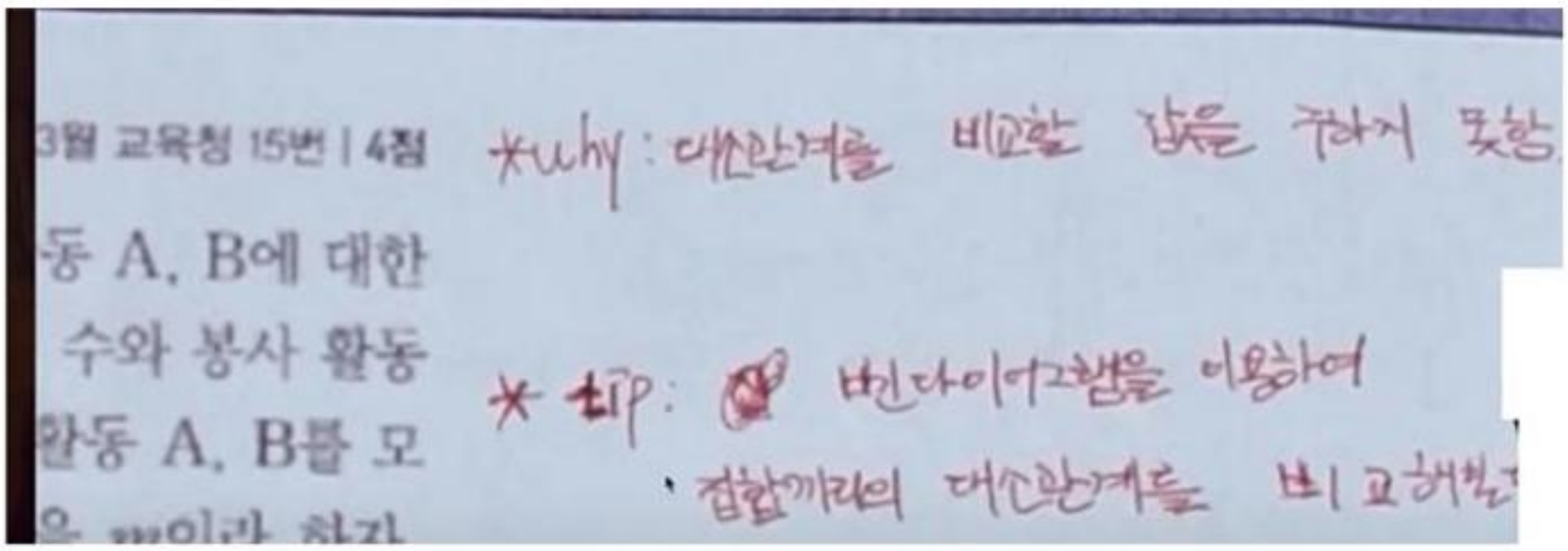
3>질문

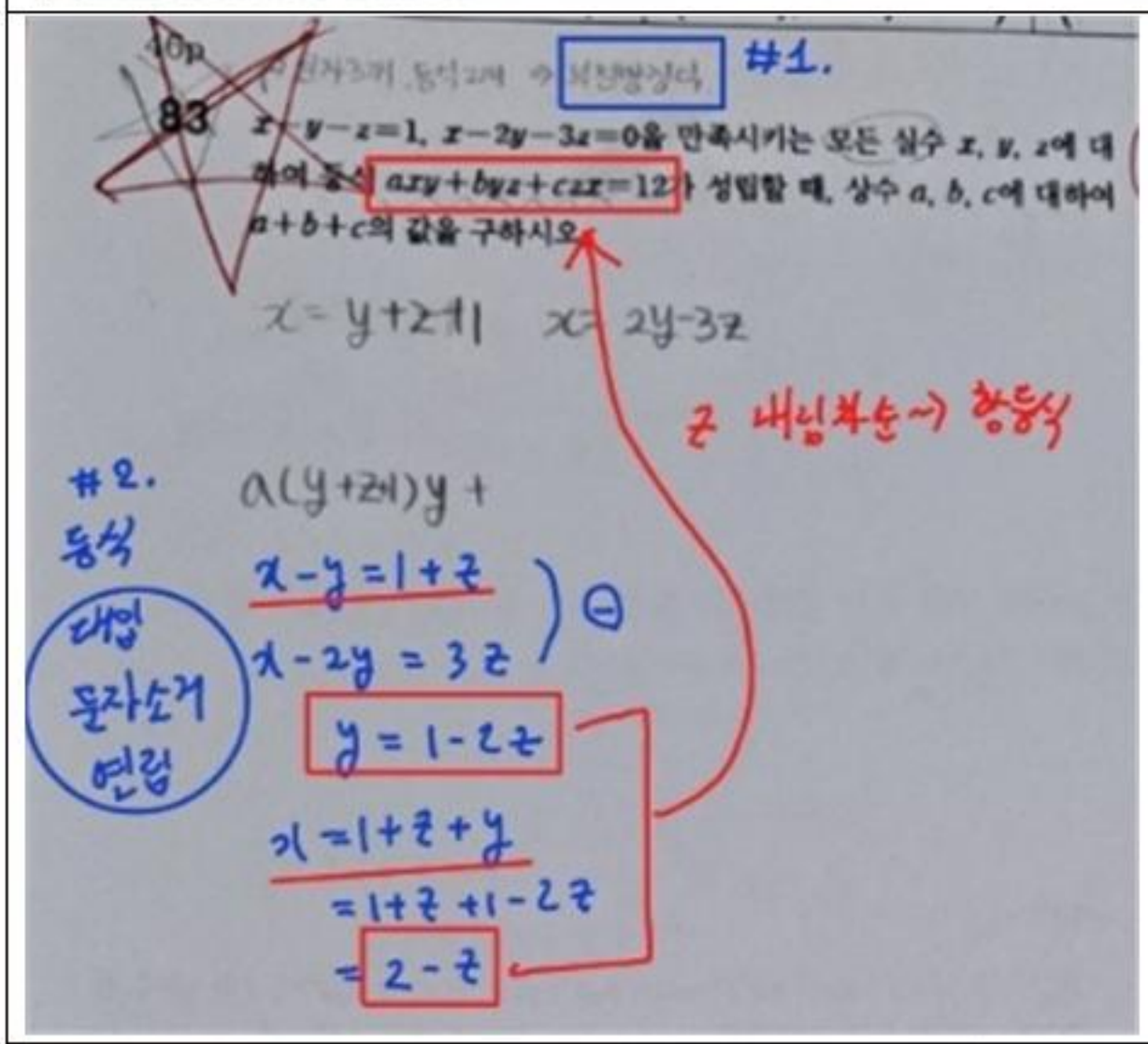
도형은 단계별로 분리해서 생각해야 한다 (접근법)
x=1 대입하여 부등식 찾아야 한다 (접근법)
그림없는 문제는 그려서 풀어야한다 (접근법)
글이 긴 문제는 중요한 키워드 표시해야 한다 (접근법)
정수,좌표,넓이 조건에 대한 풀이법을 몰랐다 (접근법)
연장선, 길이비를 푸는 방법을 몰랐다 (접근법)
반비례,정수,좌표 조건에 대한 풀이법을 몰랐다 (접근법)
그래프,도형의 교점좌표에 대한 풀이법을 몰랐다 (접근법)
평행,모서리 조건에 대한 풀이법을 몰랐다 (접근법)
접기-> 선대칭 -> 합동에 대한 단계별 풀이법을 몰랐다 (접근법)

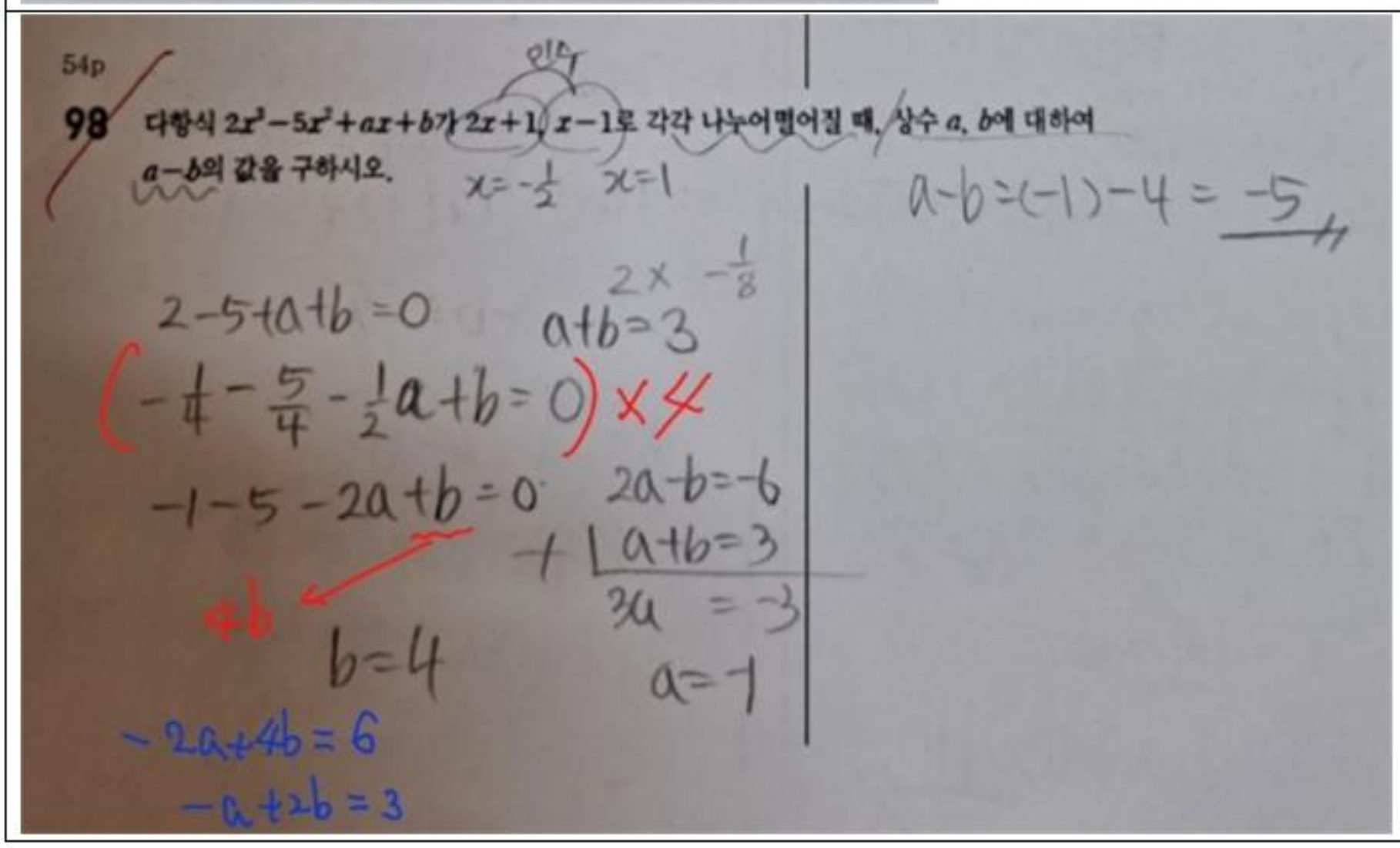
03-1 예시> 틀린이유 쓰기 - 문제

Why : 대소관계를 비교할 값을 구하지 못함

Tip : 벤다이어그램을 이용하여 집합끼리의 대소관계를 비교해본다

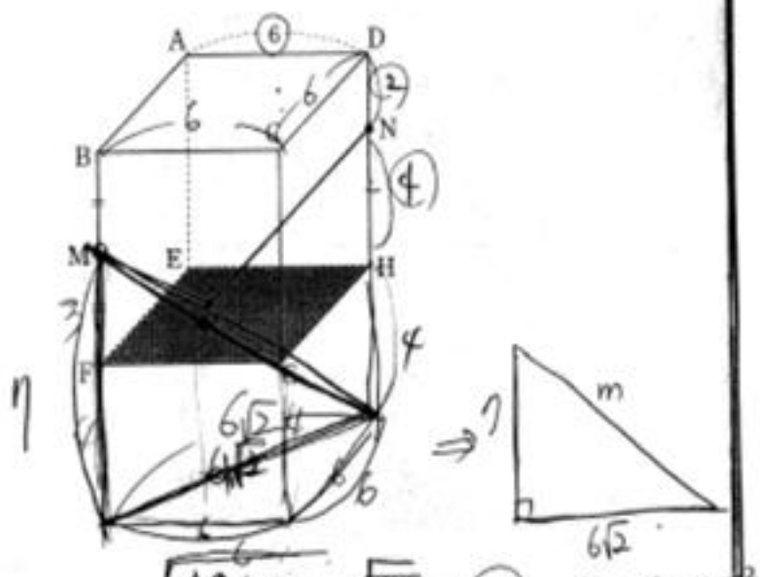






☆공간도형 실수 Best

그림과 같이 한 모서리의 길이가 6인 정육면체에서 선분 BF의 중점을 M이라 하고, 선분 DH를 1 : 2로 내분하는 점을 N이라 하자. 평면 EFGH 위의 점 P에 대하여 $\overline{MP}+\overline{NP}$의 최솟값을 구하시오.



$\sqrt{49+72}=\sqrt{121}=11$ $m^2=7^2+(6\sqrt{2})^2$
$=49+72$
$=121$
$\therefore m=11$

$=9$

⇒ 길이계산 똑디하자

sol) 길이 하나하나 적을때마다 신중하게 적자.

sol) 검산할때 다시 길이 계산 해보기

☆공간도형과 좌표

오늘의 문제

❖반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$이고 중심이 직선 $x=y=z$ 위에 있는 구 C가 원점을 지난다. 구 C 위의 동점 P와 두 점 A(8, 0, 0), B(0, 8, 0)에 대하여 $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BP}$일 때, 점 P가 나타내는 도형의 넓이는?
(단, 구의 중심의 x좌표는 양수이다.)

① $\frac{28}{3}\pi$ ② 10π ③ $\frac{32}{3}\pi$
④ $\frac{34}{3}\pi$ ⑤ 12π

문제풀이의 기본을 지켜라!

1st. 구할것 : 자취의 넓이 : 원 ⇒ 결국 r을 구할것.

2nd. 어떻게? ① 도형적으로 ② 좌표

수학영역 B형(II)

구의 중심 C(2, 2, 2) 구의 반지름 $=2\sqrt{3}$

sol1) 도형적으로

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$ 에서

$=(\overrightarrow{CP}-\overrightarrow{CA})\cdot(\overrightarrow{CP}-\overrightarrow{CB})$

$=|\overrightarrow{CP}|^2-\overrightarrow{CP}\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$

$=(2\sqrt{3})^2-2\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CM}+(6,-2,-2)(-2,6,-2)$

$=12-2\cdot\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CM}-12-12+4=0;$

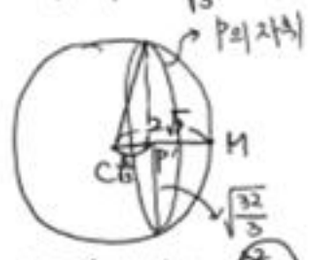
$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CM}=4$

☆ 구의 중심과의 위치관계
내적 = 상수 ⇒ 위치

$\overrightarrow{CM}$에다 P를 내린 수선의 발은 P'

$|\overrightarrow{CM}||\overrightarrow{CP'}|=4=2\sqrt{3}\times|\overrightarrow{CP'}|$

$\therefore|\overrightarrow{CP'}|=\frac{2}{\sqrt{3}}$



∴ P자취의 넓이 $=\frac{32}{3}\pi$

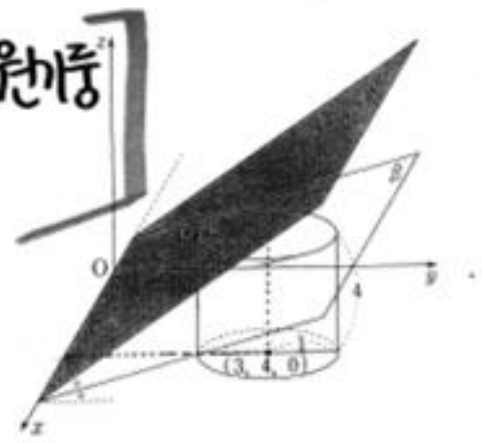
☆문제풀이 접근 ⇒ 반드시 교과서 개념!

| 수능특강(기하) 기출 예제 3번 연계 |

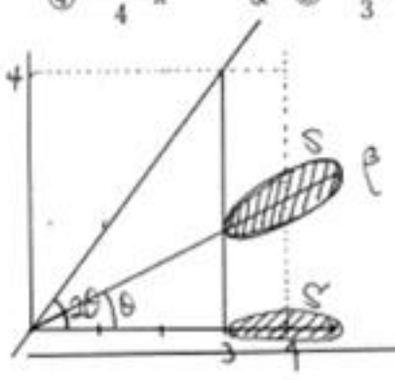
6. 좌표공간에서 그림과 같이 밑면이 xy평면 위에 있고 높이가 4인 직원기둥이 있다. 이 원기둥의 밑면은 중심이 점 (3, 4, 0)이고 반지름의 길이가 1인 원이다. x축을 포함하는 평면 α가 이 원기둥과 한 점 P에서 만날 때, 평면 α와 xy평면이 이루는 각을 이등분하는 평면 중 이 원기둥을 자르는 평면을 β라 하자. 평면 β에 의해 잘린 원기둥의 단면의 넓이는?

S

[이면각과 원기둥 ⇒ 정사영]



① $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}\pi$
④ $\frac{3\sqrt{3}}{4}\pi$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{3}\pi$



$S\cos\theta=S'=\pi$

이때 $\tan\theta=\frac{4}{3}$

$\Rightarrow\tan\theta=\frac{1}{2}$

$\therefore\cos\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$S=\frac{1}{\cos\theta}\pi=\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$

☆끼워넣기 유형☆

1st. 특정한 것 끼워넣기.

ex) 주사위의 모든 면에 서로 다른 정수를 적어 넣으려고 한다. 모든 면에 적힌 수의 곱이 6의 배수이고 마주보는 면에 적힌 두 수의 합이 7일 때, 주사위의 모든 면에 적힌 수의 합의 최솟값은? (단, 주사위는 서로 다른 6개의 면으로 이루어진 정육면체이고 주사위의 한 면에 적힌 수는 1 이상 6 이하의 자연수이다.)

Sol) Ans) 35 개

1st. 어떻게 놓을것 비교 나머지 나열.

2nd. 사이에 어떻게 놓을것을 배열해준다.

(배열 조합 / 중복 × 구별하여서)

3. 끼워넣기 사용 시에 중복되는 경우 · ${}_5C_4=35$

2nd. 나열할때 변화가 생기는걸 생각.

ex) 1은 서로다른 개의 연속에 적힌 다른 자연수의 3배 이상 부터.

Sol) Ans) ${}_4C_3\times 3!=24$ 개

1st. 전체 나열할 자리를 그려준다.

2nd. 변화가 생기는 곳부터 정해준다. (사람 배정하기)

3rd. 처음~끝 놓는것도 중요하다
(∵ 자리로 변화가 생길것이므로 두개를 붙여서 배열됨)

☆경우의 수 실수 Best!

⇒ 중복이 없는지 확인할때는 예를 들어서 확인해보자!

ex) 다음 조건을 만족시키는 그 이상의 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오.

(가) $a+b+c+d=20$

(나) a, b, c는 모두 d의 배수이다.

(나) ⇒ $a=ld$, $b=md$, $c=nd$ 라고하면

$ld+md+nd+d=20$

$d(l+m+n+1)=20$ ⇒ d는 20의 약수(정수)인 1, ②③④⑤ 10, 20 중에서 2, 4, 5이다.

(단, $l, m, n\geq 1$)

i) $d=2$ 일때
$l+m+n+1=10$
$l'+m'+n'=6$: ${}_3H_6=28$(개)

ii) $d=4$ 일때
$l+m+n+1=5$
$l'+m'+n'=1$: ${}_3H_1=3$ (개)

iii) $d=5$ 일때
$l+m+n+1=4$
$l'+m'+n'=0$: ${}_3H_0=1$ (개)

∴ 총 32개

? 4의 배수이면 그의 배수에 속하지 않나?

i) → (4, 4, 10, 2)

ii) → (a, 4, 8, 4)

∴ a, b, c의 수의 구성도 다른 방안이라 d가 대신이라 반드시 다른 방안!

∴ 중복 없음!

03-2 예시> 틀린이유 쓰기 - 해설지

$\triangle CDQ$에서 $180^\circ = 81^\circ + 45^\circ + x$이므로
$x = \angle DQC = 54^\circ$ 이다.

2) [정답] ③

[해설] $\overline{CE}$를 그으면 $\angle CED = \frac{1}{2}\angle COD = 40^\circ$

$\square ABCE$가 원 O에 내접하므로
$\angle B + \angle CEA = 180^\circ$
$\therefore \angle B + \angle E = \angle B + (\angle CEA + \angle CED)$
$= (\angle B + \angle CEA) + 40^\circ$
$= 180^\circ + 40^\circ = 220^\circ$

한조의 결과이 주어졌는데
왜?: 보조선을 어떻게 그어야 할지
tip: 원주를 그어 원주각의 성질을 ~~X~~ 이용하여 $\angle CED$의 크기를 구한다

3) [정답] ②

[해설] 사각형 $ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle ABC = \angle CDP = x$
$\triangle BCQ$의 외각에서 $\angle DCP = x + 25^\circ$
$\triangle CDP$의 세 내각의 합은
$x + (x + 25^\circ) + 47^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 54^\circ$

4) [정답] ③

[해설] ㄱ. 원에 외접하는 사각형 $ABCD$의
대각의 합은 180° 이므로 $\angle x + \angle y = 180^\circ$ (참)
ㄴ. 원에 외접하는 사각형 $ABCD$에서
$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ 이다.
따라서 $\angle BAE + \angle BCD \neq 180^\circ$ 이므로
$\square ABCE$에 외접하는 원은 존재하지 않는다.(참)
ㄷ. 점 O가 $\square ABCD$의 두 대각선의 교점이라면
$\square ABCD$의 네 내각의 크기가 모두 90° 이므로
$\square ABCD$는 직사각형이다.(거짓)

why: $\square ABCE$는 $\square ABCD$로 ~~X~~ $\square ABCD$에 외접하는 것이 확실하다고 말할 수 없다
tip: AB나 CE의 대각의 크기의 합이 180이 아니므로 외접하지 않는다

5) [정답] ⑤

[해설] 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해
$\angle ACT = \angle ABC = 35^\circ$
이때 $\angle ACB = 90^\circ$ 이므로

$\sqrt{3}+1$
$\overline{DE} = 2x = 6 - 2\sqrt{3}$ 이다.
$\therefore \overline{HE} = \overline{BD} - \overline{BH} - \overline{DE}$
$= 4 - 1 - (6 - 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3$

7) [정답] ⑤

[해설] $\angle A = 90^\circ$ 이므로
피타고라스 정리에서
$\overline{BC}^2 + \overline{DE}^2 = (\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2) + (\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2)$
$= (\overline{AB}^2 + \overline{AE}^2) + (\overline{AC}^2 + \overline{AD}^2)$
$= \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$
따라서 $\overline{BC}^2 + 4^2 = 9^2 + 6^2$이므로
$\overline{BC} = \sqrt{9^2 + 6^2 - 4^2} = \sqrt{101}$
$\overline{BO} = \frac{\sqrt{101}}{2}$ 이므로
원의 넓이는
$\therefore \pi \times \left(\frac{\sqrt{101}}{2}\right)^2 = \frac{101}{4}\pi$

why: 어떻게 해야 할지
tip: 피타고라스의 성질을 이용하여 직각이라는 조건을 이용하는 것

8) [정답] ③

[해설] $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle 130^\circ + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ADC = 50^\circ$
이때 $\overline{AB} = \overline{BC}$이므로
$\angle ADB = \angle BDC = 50^\circ \div 2 = 25^\circ$
$\overline{BC} = \overline{CD}$이므로 $\angle BDC = \angle DBC = 25^\circ$
$\angle ABD = 130^\circ - 25^\circ = 105^\circ$
$\triangle ABD$에서
$105^\circ + 25^\circ + \angle BAD = 180^\circ$
$\angle BAD = 50^\circ$
이때 $\overline{DE} = \overline{EA}$이므로 $\angle EAD = \angle EDA = x$라 하면
$\angle BAE = 50^\circ + x$, $\angle BDE = 25^\circ + x$
$\square ABDE$가 원에 내접하므로

why: $\overline{BD}$의 보조선을 그어야 했는데 ~~X~~ 세변의 길이가 같으니 이등변 삼각형임을 알아
tip: 보조선을 긋고 이등변 삼각형임을 이용한 각을 구한다

↳ 어떻게식을 세워서, 용해도를 구해야할지 몰랐다.

더 풀어보고 싶다면? 시험 대비 교재 42쪽 계산력·암기력 강화 문제

9 60 °C 물 25 g에 고체 물질 A 10 g을 녹였더니 포화 용액이 되었다. 60 °C에서 물에 대한 A의 용해도를 구하시오. 15 g

25g − 10g => 100g − 40g

25 : 10 = 100 : x , x = 40

0573 △BCD에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\overline{EF} : \overline{DC} = \overline{BE} : \overline{BD}$, $\overline{EF} : 8 = 3 : (3+2)$

$5\overline{EF} = 24$ $\therefore \overline{EF} = \frac{24}{5}$ 답 $\frac{24}{5}$

↳ 헷갈림.

why: 비를 잘못구해서 틀렸다.

Tip: 8 : 4 = 2 : 1

2 : 1 = x : 3

x = 6

0574 $8 : (12-8) = x : 3$이므로

$2 : 1 = x : 3$ $\therefore x = 6$

$8 : 12 = 6 : y$이므로 $2 : 3 = 6 : y$

$2y = 18$ $\therefore y = 9$

$\therefore xy = 54$ 답

8 : 12 = 6 : y

12 = 8y

y = 9

6 × 9 = 54

0618 $\overline{AE} = 3\overline{BE}$에서 $\overline{AE} : \overline{BE} = 3 : 1$

△ABC에서 $\overline{EQ} /\!/ \overline{BC}$이므로

$3 : (3+1) = \overline{EQ} : 24$, $4\overline{EQ} = 72$

$\therefore \overline{EQ} = 18\,(\text{cm})$

△ABD에서 $\overline{EP} /\!/ \overline{AD}$이므로

$1 : (1+3) = \overline{EP} : 20$, $4\overline{EP} = 20$

$\therefore \overline{EP} = 5\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = 18 - 5 = 13\,(\text{cm})$ 답 ③

EQ 먼저구하기, EP 구하고 PQ계산.

why: 비를 이렇게 세워서 PQ를 어떻게 구하는지 너무 헷갈렸다.

Tip:

3 : 4 = x : 24

4x = 72

x = 18

1 : 4 = x : 20

4x = 20, x = 5

18 − 5 = 13 ③

0619 (1) △DBC에서 $\overline{PF} /\!/ \overline{BC}$이므로

04 한줄 오답정리,숙지

<테스트> 후 <메타인지>

A. **한줄** 오답정리 = 틀린이유 + 한줄조언

= 시험칠때 **문제풀기 30초 전**의

나에게 꼭 해주고 싶은 **조언**을 한마디로 남겨보자

B. 숙지 = (이미지+의미)가 **바로 떠오르는** 수준

첫번째, 어떤 개념을 가지고 풀어야 할지 빨리 떠오르는 상태
두번째, 뇌과학에서는 뉴런과 시냅스가 강력하게 연결이 되어 있는 상태

많은 문제를 풀고, 어려운 문제도 많이 풀다보면
본인이 학습한 **개념**들이 강력하게 **연결**이 되다 보니까
어떤 문제를 풀때 여러가지 복합 개념들이 **한번에** 떠올라서
문제를 풀어나가게 되는 것이다

<오답하는 습관을 해결하기>

오답분석은 반성문을 쓰는 것이 아니다
구체적이지 않으면, 기억하지 못 한다

틀린 이유가 여러 가지가 있다면, **모두 적는다**
계산과정에서 틀린 것은 해당 과정에 **표시한다**

<복테 분석 후 개선할 점>

1>계산실수 -> 부등식,숫자 표기 등 명확히 한다
2>손도 못 댄다 -> 이 문제가 어떤 유형인지 파악한다
3>개념 부족 -> 어떤 개념을 몰랐는지 쓰기
4>시간 부족 -> 예상시간 & 실제 걸린 시간을 측정하기

<복테 분석할 때, 개념을 틀렸다면?>

개념서의 해당 내용을 한번 더 본다
정리한 후 암기한다
해당 개념을 여백에 쓴다

<개념이 너무 길면?>

분석 옆에 해당 **개념서** 이름과 페이지 적기
(내용의 출처 파악하기 위해)
포스트잇에 정리하여 붙이기

<구체적인 상황 묘사하기>

내적 요인(개념,공식,접근법,수학적 표현법 등)
외적 요인(환경,시간,당시 생각,감정 등)

틀린 이유가 여러 가지가 있다면, **모두 적는다**
계산과정에서 틀린 것은 해당 과정에 **표시한다**

05 실수의 종류,해결방법

평상시에도 실수를 한다면, 종류별로 **교정**할 것들이 있다

<실수의 종류>
1.단순 계산
2.식 쓰는것 오류
3.문제 잘못 읽기
4.시간 배분

1.단순 계산
문제를 풀다가 앞에서는 28이라고 썼는데
나중에 그거를 **까먹어서** 2만 쓴다든지 해서 틀리는 경우가 있다

[해결방법]
평상시 연습장에 식을 쓰면서 풀기 + 집중력(작업기억력)
계산과정을 **생략하지 않고**, 쓰기/해설지 필사

2.식 쓰는것 오류
식을 안써서 푸는 습관이 있다보면
문자와 식을 **정확하게** 쓰지 못해서 틀리는 현상이 벌어진다
(문자와 식,단항식,다항식,방정식,부등식,함수)
식 쓰는 것 자체를 잘 못하니까 자기가 식을 어디서 못 썼는지도
인식을 못한다

예를들어
y = 2x+1 에서 시작을 하면, x=1 일때, y의 값을 구하고 싶다
x=1 , y=3 이런식으로 풀어야 되는데, 이런 식 자체를 못 쓴다는 것이다
갑자기 2x+1만 쓴다 라든지 혹은 f(x)가 2x+1 이면
f(x)=2x+1 이라고 써야 하는데, f(3)을 구하라면,
어떻게 해야할지 모르는 것이다

기본적으로 **수학의 언어**인 문자와 식~자체를
다루는 방법을 모르는 경우가 있다

[해결방법]

본인이 식을 써서 푼 다음에 **해설지**를 보고
교정하는 작업을 해나가는 것도 도움이 된다
어디서 틀렸는지 교정된 것을 보면
내가 이런 부분에서 식을 못 썼다는 것을 인식하게 된다

식을 정성들여서 쓰라고 한다음에
만약에 틀렸으면, 해설지를 보면서
어디서 틀렸는지 본인이 **파란펜**으로 고치면 된다

3.문제 잘못 읽기
눈으로만 읽게 되면 ,지문에 있는 문제 속에 있는 정보들을
다 기억을 못하거나 놓치는 경우가 많다
눈으로만 읽어서 **정보 파악이 안되는 것**이다

선생님, 이 문제를 못 풀겠어요
그럼 선생님이 읽다보면
선생님, 알겠어요 하고 자리로 돌아간다

눈으로만 읽으면 문제 자체도 잘 못 읽을 수도 있고
문제에서 주어진 조건 자체도 누락하거나
놓칠수가 있다

[해결방법]

첫번째는 **소리내서** 읽으면 된다

소리내서 읽으면 정보를 거의 다 파악한다

두번째는 **밑줄을 그으면서** 읽으면 된다

세번째는 개요작성을 하면서 읽으면 거의 완벽하게 문제에 있는
정보를 다 파악하게 된다

4.시간 배분

1) **악조건**에서 **시험**보는 연습

B4 시험지보다 작은 A4 용지의 작은 공간에 풀기
연습장을 이용하지 않고 시험지에 바로 풀기
학교시험보다 시간을 줄여서 푸는 연습하기

2)학교시험 자체가 너무 어렵거나 시간 자체를 부족하게 시험을 출제하는
경우

시험 대비 학생 **실력 자체가 부족**하여 극복하기 어렵다

-> 너무 어려운 문제는 버려라
예를들어, 20문제 중 4문제는 버리는 것이다
16문제만 집중해서 풀어내는 것이다

b 질문정리 작성방법

01 질문정리 작성방법 2~6p

02 수학 학습법 7p

03 수학 독해력 8p

04 연습장 작성방법 9p

05 검산하기 10p

01 질문정리 작성방법

▶원칙

1>끊어읽기

2>한글 표현 -> **수학적 표현**으로 **바꾸기** (수식,그래프,도형,도표)

3>조건과 개념을 **비교**하기

(예시1)

-10과 4 사이에~ 라는 **표현**을 보면,

-10 < □ < 4 ~ 라는 수식으로 바꿔보기

(예시2)

등차수열~이라는 **조건**을 보면,

등차수열의 일반항,합이라는 **개념**을 **떠올리기**

-> 등차수열 일반항을 적어보면서, **비교**하기

(복잡하거나 많은 개념은 머릿속으로 비교하기 어렵기 때문에

눈으로 확인하면서 비교할 수 있도록 **시각화**를 해야 한다)

대다수의 학생들은 **개념정리** 와 **문제풀이**가 각각

독립적이라고 생각한다
그래서 많은 학생들이 개념은 아는데, 적용이 안 된다고 얘기한다
그게 **개념의 범위**에 대한 이해가 부족한 것이다

고등수학에서 개념은 "**이론의 설명부터 필수예제의 풀이방법까지**" 이다

예를들어, 수상~에서 곱셈공식이라는 단원을 보면
수상,개념원리 17p 이론설명~ 오른쪽 위에 필수예제 4,5번과 비교할 수 있도록 표시가 되어있다

수상,개념원리 17p 이론설명

1. 곱셈 공식 ≫ 필수예제 4, 5

다항식의 곱셈은 분배법칙을 이용하여 전개할 수도 있지만 다음과 같은 곱셈 공식을 이용하면 편리하게 계산할 수 있다.

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(2) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
(3) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
(4) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$
(5) $(x+a)(x+b)(x+c)=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$
$(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$
(6) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
(7) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
(8) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$, $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
(9) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc$
(10) $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)=a^4+a^2b^2+b^4$

19p 필수예제 4번

필수 예제 04 곱셈 공식

다음 식을 전개하시오.

(1) $(2x-4y+3)^2$
(2) $(2x-3)^3$
(3) $(xy+1)(x^2y^2-xy+1)$
(4) $(4x^2+6xy+9y^2)(4x^2-6xy+9y^2)$
(5) $(x-3)(x+2)(x+4)$
(6) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$
(7) $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$

설명 항이 많은 다항식인 경우 일일이 전개하다 보면 시간이 오래 걸릴뿐만 아니라 계산 과정에서 실수할 수가 있다. 따라서 다항식의 곱셈을 계산할 때에는 먼저 곱셈 공식을 이용할 수 있는지 확인하고, 곱셈 공식을 이용하는 것이 쉽지 않을 때에는 분배법칙을 이용한다.

풀이
(1) (주어진 식)$=\{2x+(-4y)+3\}^2$
$=(2x)^2+(-4y)^2+3^2+2\times2x\times(-4y)+2\times(-4y)\times3+2\times3\times2x$ [곱셈 공식 (6)]
$=4x^2+16y^2+9-16xy-24y+12x$
(2) (주어진 식)$=(2x)^3-3\times(2x)^2\times3+3\times2x\times3^2-3^3=8x^3-36x^2+54x-27$ [곱셈 공식 (7)]
(3) (주어진 식)$=(xy+1)\{(xy)^2-xy\times1+1^2\}=(xy)^3+1^3=x^3y^3+1$ [곱셈 공식 (8)]
(4) (주어진 식)$=\{(2x)^2+2x\times3y+(3y)^2\}\{(2x)^2-2x\times3y+(3y)^2\}$
$=(2x)^4+(2x)^2\times(3y)^2+(3y)^4=16x^4+36x^2y^2+81y^4$ [곱셈 공식 (10)]
(5) (주어진 식)$=x^3+(-3+2+4)x^2+\{-3\times2+2\times4+4\times(-3)\}x+(-3)\times2\times4$ [곱셈 공식 (5)]
$=x^3+3x^2-10x-24$
(6) (주어진 식)$=(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4)=(x^4-y^4)(x^4+y^4)=x^8-y^8$ [곱셈 공식 (2)]
(7) (주어진 식)$=\{x+y+(-1)\}\{x^2+y^2+(-1)^2-xy-y\times(-1)-(-1)\times x\}$
$=x^3+y^3+(-1)^3-3xy\times(-1)=x^3+y^3+3xy-1$ [곱셈 공식 (9)]

필수예제 4번 밑에 문제에 대한 설명과 함께 풀이과정이 쭈욱 나와있다
직접 손으로 풀어보면서, 개념의 쓰임새(적용)을 이해하라고 되어 있는 것이다
즉, 개념을 이해했다고 한다면, 풀이과정에서 생략되어 있는 부분을
직접 찾아서 채워 넣을 수 있어야 한다

만약, 풀이과정에서 이해가 되지 않는다면, 후행과정이 부족하거나 변형하는 능력이 부족하다고 판단해야 한다

여러 가지 방식(검색을 하거나 질문)을 통해서 애매한 부분을 채워야 한다

고등수학에서 개념을 이해한다

= **이론 독해**(읽기+이해) -> **핵심** 찾기 + **요약** 하기 -> **문제 적용**

개념을 이해하는 순서에 대한 예시

1>용어를 쭈욱 스캔하듯이 읽어나가면서 모르는 것이 나오면, 교재에서 찾아보거나 검색을 이용해서 이해하고 정리한다

보통 개념서에는 중요한 내용을 **네모박스 안** 에 요약해서 설명한다
그리고 **네모박스 밖** 에 추가적인 설명하는 방식으로 서술한다

예를들어, **A = BQ + R** 이라는 수식에서 **Q = 몫, R = 나머지**
이라고 요약한 뒤, 그 아래에 영어철자 전체를 서술하고 있다

수상,개념원리 26p

2. 다항식의 나눗셈에 대한 등식 ▷ 필수예제 13. 14

다항식 A를 다항식 B $(B\neq0)$로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면

$$\begin{array}{r} Q \\ B\overline{)\ A} \\ \underline{BQ} \\ A-BQ=R \end{array}$$

$\boldsymbol{A=BQ+R}$ (단, R는 상수이거나 (R의 차수)$<$(B의 차수))

특히, $R=0$, 즉 $A=BQ$이면 A는 B로 나누어떨어진다고 한다.

▶ ① Q, R는 각각 quotient(몫), remainder(나머지)의 첫 글자를 따온 것이다.
② (A의 차수)=(B의 차수)+(Q의 차수)

예제 다항식 $f(x)$를 $2x-1$로 나누었을 때의 몫이 x^2+x-3이고 나머지가 5일 때, 다항식 $f(x)$를 구하시오.

풀이 $f(x)=(2x-1)\times$(몫)$+$(나머지)$=(2x-1)(x^2+x-3)+5=2x^3+x^2-7x+8$

2> 개념서의 네모박스 안/밖에 있는 이론설명을 전체를 읽어도
정확하게 어떤 내용인지 이해가 안 될 수 있다
그 다음에 나오는 **예제와 풀이**를 통해서 간단한 적용을 확인하면 된다

3> 이론설명을 다 읽은 후에는 반드시 필수예제를 통해서
2개 이상의 예제를 **비교**해야 한다
1개의 예제로는 **공통점과 차이점**을 구분하기 어렵다

4> 만약, 필수예제를 풀어도 이해가 안되면,
개념설명이나 문제풀이에 대한 **동영상**을 통해서 **추가적인 설명**을
들으면 된다

예를들어, 학원에서 수업내용을 녹화한 유튜브를 찾아보기
각각의 교재마다 수업 전체내용이 아니라 **페이지별로 편집**하여
유튜브에 **개념특강**~이라는 제목으로 정리되어 있다
(개념특강 = 개념설명 + 필수예제 문제풀이)

고1 수학

개념특강(수학상,수학하)
공개 · 재생목록
모든 재생목록 보기

고2 수학(공통)

개념특강(수1,수2)
공개 · 재생목록
6일 전에 업데이트됨
모든 재생목록 보기

고2 수학(선택)

개념특강(미적분,확통,기하)
공개 · 재생목록
모든 재생목록 보기

5>필수예제를 풀었다면, **연습문제**를 통해서 한단계 어려운 문제를 풀어보기

Q1>
숙제 틀린거랑 모르는게 너무 많아서 한문제 맞았는데 어떻게 하나요?

A1>
①우선 유튜브 참고해서 다시 풀어보고,
②그래도 안 풀리면, 연습장에 페이지/문제번호 쓰고,
본인이 풀었던 부분까지 적은 후 질문할 내용정리 후 챙겨서 학원에 와서 설명 들으면 된다
③처음부터 안 풀리면, 문제에서 본인이 생각하기에 중요한 내용을 연습장에 적으면 된다
페이지/문제번호를 적고, 한줄 띄워서 풀이 쓰기
-> 학원에서 추가설명 정리해야 되니 1문제마다 1페이지씩 쓰기
④유튜브나 해설지 참고해도 이해 안 되는거는 질문할거 정리해서 챙겨오기

Q2>
숙제에 안 배운 부분이 나와요
A2>
①교재에서 사진찍어서 단원번호 알려주기
②개념설명 되어있는 학원 동상상(유튜브) 링크를 보내주면 들어보기
③동영상 설명 들은 후 문제 풀어보기
④그래도 안 풀리면, 연습장에 페이지/문제번호 쓰고,
본인이 풀었던 부분까지 적은 후 질문할 내용정리 후 챙겨서 학원에 와서 설명 들으면 된다

02 수학 학습법

▶기본 원칙

예습 - 수업 - 복습 - 숙제 - 테스트

공부습관이 가장 중요하다 -> 실수/인출/독해

학생 **스스로**/선생님 **힌트**/**우선순위+청킹**

예습 : 수업전 미리 읽고 생각을 정리할 시간

복습 : 수업후 이해한 내용을 확인하는 시간

▶채점 표시

실수/헷갈림/질문 -> 세모(▲)/ 다이아(◆)/ 별표(★)

▶해설지 코멘트

틀린 부분의 해설을 **형광펜**으로 줄치고, 코멘트를 **빨간펜**으로 기록한다

1>**틀린이유(Why)** : 최대한 자세하게 적기

2>**해결책(Tip)** : 다음에 틀리지 않기 위한 행동원칙

▶포스트잇 사용

키워드 + **발상**(문제 **조건**에서 개념을 **떠올릴** 수 있는 **단서**와 **풀이방법**)

▶유형학습

중요한 조건에 **밑줄** 긋고, **동그라미**를 그리면서, **공통요소**를 찾기

-> 같은 유형을 **체계적**으로 **정리하기**

03 수학 독해력

▶수업을 들을 때/동영상 들을때

1>끊어읽기 -> 번호 붙이기

2>중요한 조건에 밑줄긋기 -> 개념을 빨간펜으로 적기

3>핵심 키워드(주제) -> 형광펜으로 표시하기

◆빨간펜

문제 해석이 주어진 조건을 가지고 안되는 경우

-> 선생님 설명듣기 후 연결된 개념을 적기

◆형광펜

해석은 되는데, 접근방법 이나 풀이방법을 모르는 경우

해설이나 설명을 통해서 새롭게 알게된 내용을 따로 정리해야 할 경우

◆문제의 번호에 별표

전체를 다 이해를 해보려고 해도 문제가 전혀 이해가 안되는 경우

답의 근거를 명확하게 못 찾는 경우

04 연습장 작성방법

▶**연습장** : **반접어서** 사용한다(시선이 분산되지 않도록)

▶**식 작성 : 한줄식** 적으면서 **검산가능**이 가능하도록 작성

1> 한줄식 적으면서, 글씨가 **삐뚤어지지 않도록** 연습한다

2> 결합법칙/약분 등을 이용하여 수식을 효율적으로 정리할 수 있도록 한다

3> 풀이가 길어지거나 내용이 많아서 정리가 필요한 경우는
부분적으로 계산을 **끊어서 정리**한다

4> 내용정리할 때 한글과 수식으로 부족할때는 그려서 정리한다
(그래프/도형/도표/순서도 등)

5> **정보유형별**로 정리하는 방법을 **의식적으로 연습**해야 한다
예를들어, 그래프(교점부터)/도형(따로 그리기)/표(가로 세로 구분하기)

▶수학적으로 **해석**하는 방법

1>**독해**

번호 붙이기 / **우선순위** = 번호 중에서 중요도 위주

청킹 = 연결고리 있는 개념으로 묶어주기

2>**인출**

개념 **꺼내기**

비교 = 같은거,다른거 구분 / **분석** = 가설 + 추가정보 + 검증 + 수정

05 검산하기

보통 **오답**을 피하기 위해서 **시험볼 때** 항상 검산하는 **습관**을 가지라고 한다

검산은 **언제** 해야 하는 것인가?

풀어나가는 **중간중간에** 계속 **끊임없이** 해야 한다

다 풀고 검산한다고?

그 말도 맞긴한데, 시험볼 때 긴장되고 정신없는데, **다 풀고** 검산하게 되면

아마 검산을 하지 않고 **다시 처음부터** 풀고 있는 **내모습**을 발견하게 된다

사람이 **빠르게** 풀려고 하다보면, **본래 습관**이 나와서

여기저기 빈자리에 풀이를 **막 써놓게** 된다

그래서 다풀고 나서는 검산이 **힘들게** 된다 (**시간압박**)

풀이과정의 **중간에 검산**을 하면서 진행해야 한다는 것이

실제로 시험장에 맞는 **조언**이다

그래서, 다풀고 검사하는 것이 **더 힘들게** 시험을 본다는 것이고,

시간이 **더 오래** 걸리게 되는거다

실제 **고득점**하는 학생을 보면, 한 문제를 **완성하게 되면**,

다시 그 문제로 돌아가는 경우가 엄청나게 낮다

그래서 **계산 실수**했다는 말은 **대충 풀었다**는 말이 될수 있다

C 발상노트 작성방법

A.발상 2p

조건(표현) 속에서 개념을 떠올리는 능력

B.발상노트 2p

조건을 해석하는 방법

C.발상(아이디어) 노트 만들기 2~5p

개념을 아는 것≠문제를 푸는 것

D. 유형서 푸는 방법 6p

근거중심으로 접근하기

A.발상

▶조건(표현) 속에서 **개념을 떠올리는 능력**

B.발상노트

▶조건 한줄,상황 한가지만 쓰고, 그것에 대한 **사고과정** 쓰기
(조건을 해석하는 방법과 유형별 접근하는 방법)

▶단순풀이가 아니라 내가 왜 풀지 못했는지, 어느 단계에서 접근방식이 잘못됐는지 찾아서 그것을 정리하기

C.발상(아이디어) 노트 만들기 : 기록해서 쌓아가기

1>처음 내가 했던 사고과정 쓰기

▶ 해설지에 내가 떠올리지 못한 발상을 **형광펜**으로 표시하기

2>조건의 해석과 발상을 구체적으로 정리하기

▶ 옆에 추가적인 내용은 **빨간펜**으로 쓰기

▶ **시험장**에서 반드시 **실천할 내용**에 대해서 쓰기

3>단원(개념)별로 발상을 정리하기

▶ **비교분석** 후 아이디어 수집

개념을 아는 것 ≠ 문제를 푸는 것

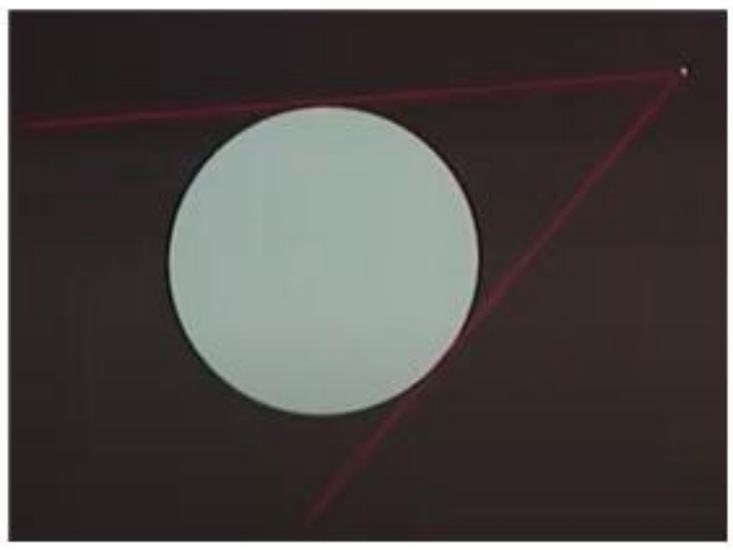
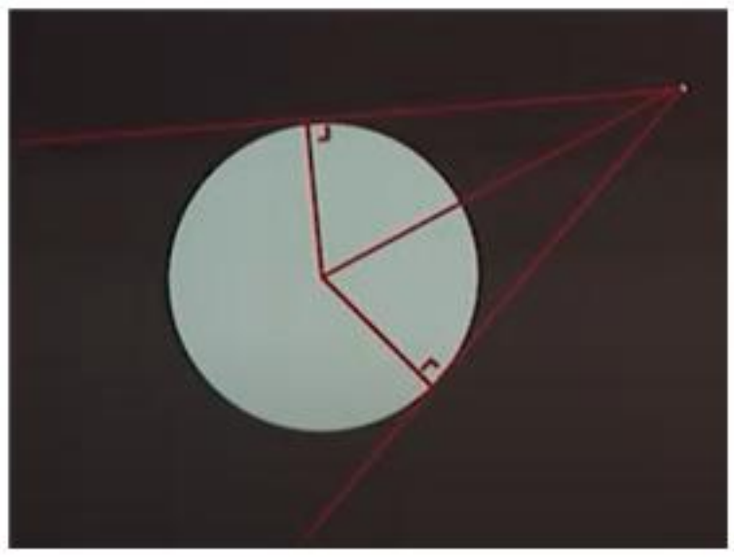
어떠한 조건(발문)에서 어떠한 개념을 끄집어낼 수 있어야 하는지
개념을 도구로써 사용 가능해야 한다.

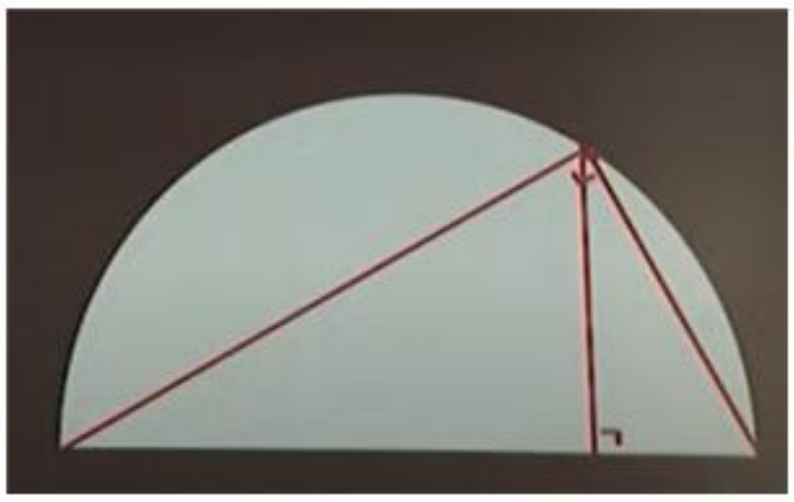
1) 내풀이와 해설지 풀이 비교해보고
되도록 해설지 풀이로 연습하기

2) 특정 조건 활용법(발상노트) 정리하고 메모해서 외워놓기

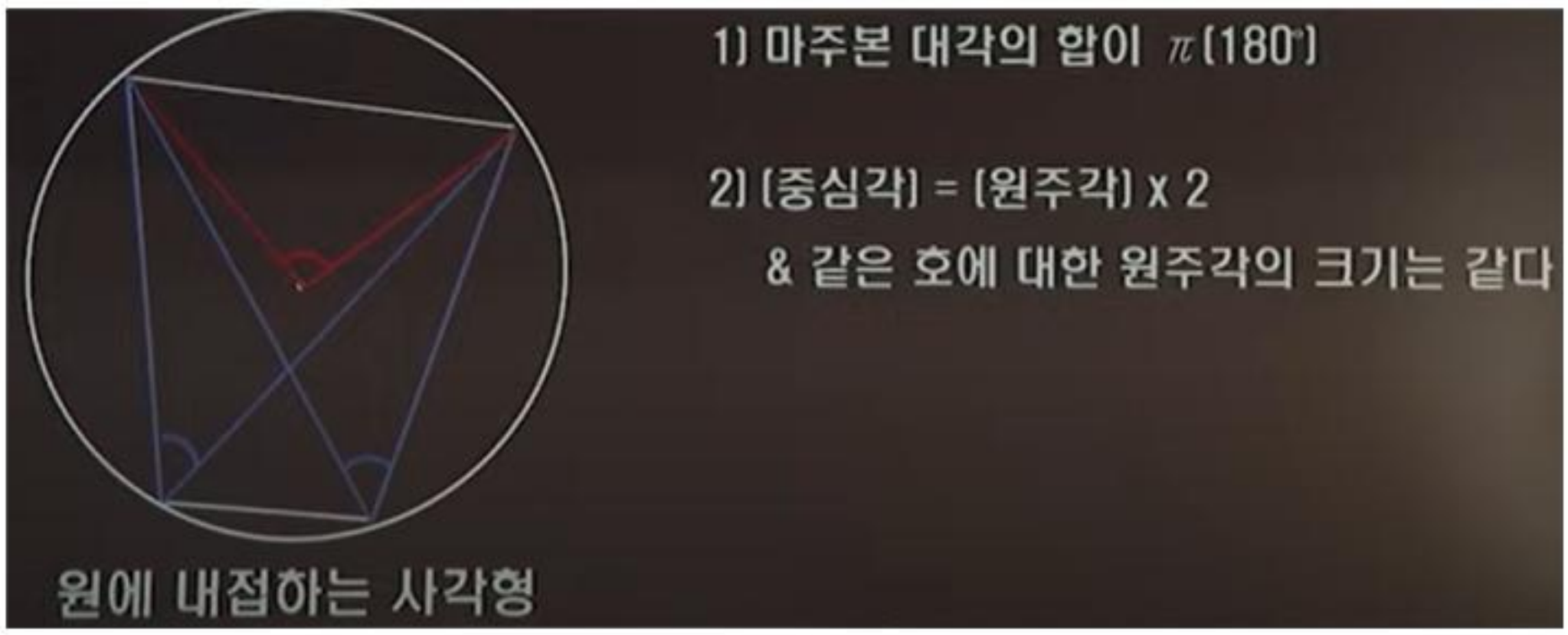
3) 안풀리는 문제에는 주어진 조건 다 썼는지 확인하기

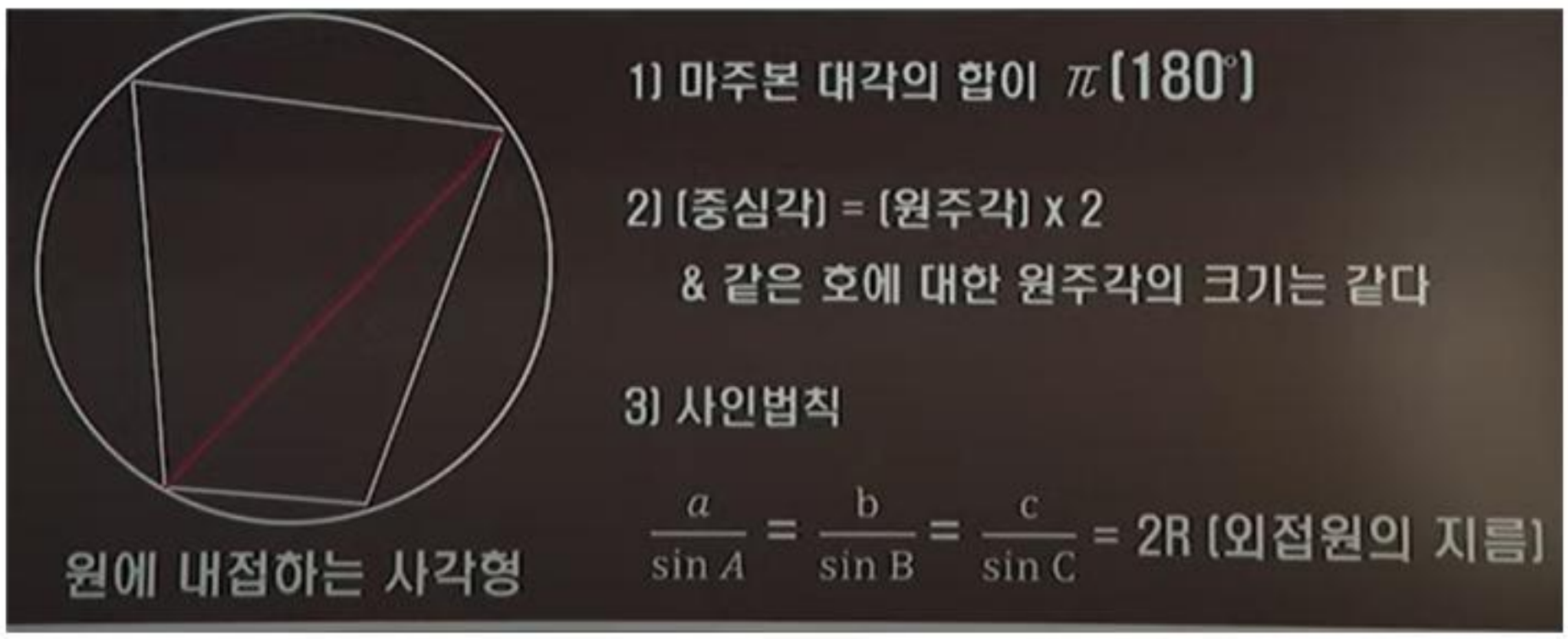
4) 도형의 보조선은 정의,성질을 이용하여 그리는 연습하기



1) 마주본 대각의 합이 π (180°)
원에 내접하는 사각형


1) 마주본 대각의 합이 π (180°)
2) (중심각) = (원주각) x 2
& 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다
원에 내접하는 사각형


1) 마주본 대각의 합이 π (180°)
2) (중심각) = (원주각) x 2
& 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다
3) 사인법칙
$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ = 2R (외접원의 지름)
원에 내접하는 사각형

[2024학년도 수능 수학 20번] <오답률 84.7%>

20. $a > \sqrt{2}$ 인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\mathrm{O}(0, 0)$에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$와 만나는 점 중 O가 아닌 점을 A라 하고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. 점 A가 선분 OB를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{AB}}$의 값을 구하시오. [4점]

[2024학년도 수능 수학 20번] <오답률 84.7%>

20. $a > \sqrt{2}$ 인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\mathrm{O}(0, 0)$에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$와 만나는 점 중 O가 아닌 점을 A라 하고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. 점 A가 선분 OB를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{AB}}$의 값을 구하시오. [4점]

① 원 위의 점 : 수직

② 수직인 두 직선

☞ 기울기의 곱이 -1

③ 닮음인 직각삼각형

D. 유형서 푸는 방법

1.**가로로 풀기**

ex) 유형별로 대표문제(처음문제)만 풀기

2.제목도 힌트

▶ 포스트잇으로 **가리고 풀기**

3.유형별 풀이는 개념의 **다른 표현**에 대한 설명이다

▶ **공통점, 차이점**을 분석하여 관련 개념을 정리하기

4.개념서를 **오픈북**으로 사용하기

▶ 틀린문제는 **해설지**를 풀이를 **참고하기 전**에 관련된 **개념서**에 나온 개념설명이나 필수예제를 참고하여 다시 풀어보기

▶ 맞은 문제라도 **시간이 오래 걸리거나** 애매하게 맞은 문제는 해설지를 참고하여 더 좋은 풀이를 익히기

5.노트(연습장)에 풀기

▶ 평소에 풀이과정이 정리가 되어야 시험장에서도 중구난방으로 풀지 않고, 논리적인 사고과정 훈련가능하다

6.문제풀이에 대하여 **근거중심**으로 접근하기

▶유형별 풀이에 대한 유형의 근본원칙을 찾아서 **정리 후 기억하기**

What 무슨 개념을 사용하는지

Why 왜 이 개념을 쓰는지

How 그래서 어떻게 풀건지

▶개념 이해-**정리 후 저장**-개념 적용

d 공부습관 교정하기

01 잘못된 수학 공부습관 바로잡기 2p
1> 눈으로 문제를 읽고 있다 2~3p
2> 암산으로 문제를 풀고 있다 4~7p
3> 해설지가 깨끗하다 8~11p

02 성장하는 공부습관 12p
1>거짓말 하지 않는 공부 13~18p
2>100점이라고 칭찬만 하지 말기 19~21p
3>틀린 이유 쓰기 22~24p

01 잘못된 수학 공부습관 바로잡기

잘못된 수학 공부습관은 어떤 것이 있을까?

1> 눈으로 문제를 읽고 있다
2> 암산으로 문제를 풀고 있다
3> 해설지가 깨끗하다

1> 눈으로 문제를 읽고 있다
문제를 눈으로 읽는 습관은 안좋은 습관이다

안 좋은 이유 : 시간이 오래 걸리고, 잠이 온다
모든 정보를 5감 중 시각으로만 받아들여 이해하려 하면
당연히 시간이 오래 걸린다
이해하는데 시간이 오래걸리면, 다른 생각이 들거나
잠이 오는 것이다
문제를 한 번이 아니라 2번, 3번 읽게 되어 시험에서는
쓸수 없는 문제 풀이 습관이 자리 잡는다

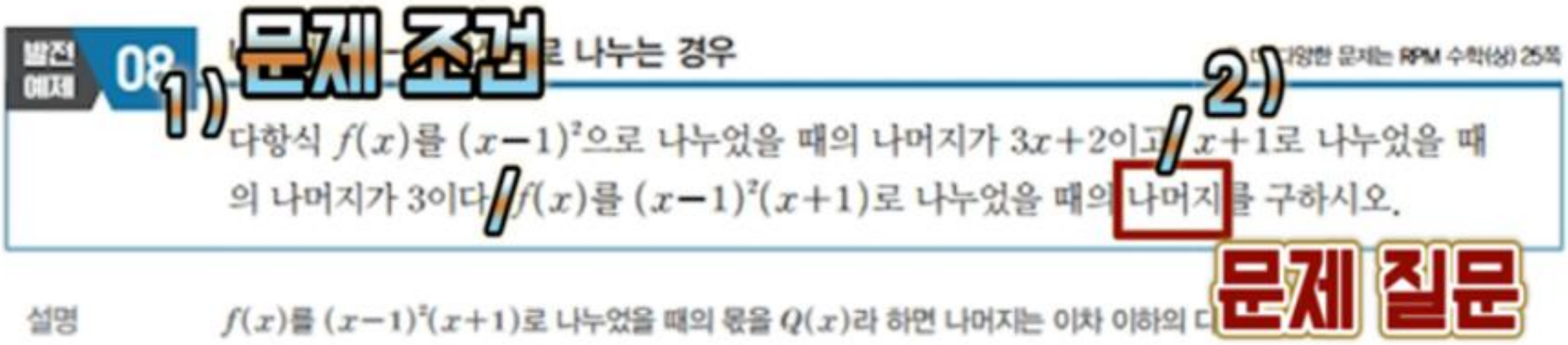
해결책 : 문제 조건에 **번호**를 매기고, (/) 슬래시로
끊어서 구분한다
손으로 쓰면서, 5감 중 하나를 더 사용하여 이해를 돕는다

또한, 시각적으로 문제 조건이 모두 끊어져 있어야 보기 좋은거다. 학년이 올라가면서 문제 조건의 개수는 점차 늘어난다. 수능은 특히 문제 조건이 길고 많다

"**수학**에 무슨 **구문 독해**냐?" 하는 사람들이 있는데, 문제를 제대로 이해 못하는 학생이 엄청 많다

문제를 많이 풀기 전에 문제를 **제대로 이해**하는 **습관**을 길러야 한다

수학(상) 개념원리 51p 발전예제 8번



설명 $f(x)$를 $(x-1)^2(x+1)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면 나머지는 이차 이하의 다

$$f(x)=(x-1)^2(x+1)Q(x)+ax^2+bx+c \ (a, b, c\text{는 상수})$$

로 놓고 주어진 조건을 이용하여 나머지를 구한다.

풀이 $f(x)$를 $(x-1)^2(x+1)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 ax^2+bx+c (a, b, c는 상수)라 하면

$f(x)=(x-1)^2(x+1)Q(x)+ax^2+bx+c$

이때 $(x-1)^2(x+1)Q(x)$는 $(x-1)^2$으로 나누어떨어지므로

$f(x)$를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 나머지는 ax^2+bx+c를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 나머지와 같다.

즉, ax^2+bx+c를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 나머지가 $3x+2$이므로

$ax^2+bx+c=a(x-1)^2+3x+2$ …… ㉠

$\therefore f(x)=(x-1)^2(x+1)Q(x)+a(x-1)^2+3x+2$

한편, $f(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 나머지가 3이므로

문제 구문 독해

2> 암산으로 문제를 풀고 있다
계산실수가 아니라 연산력 부족이다

안좋은 이유 : 연산력이 떨어지는 지름길이다

초등학생 사이에서는 암산을 잘하는 학생이 부러움의 대상이다. 너도나도 1등을 따라 하고 싶은 심리
드라마 속 연예인, 게임대회 우승자!!!
이런 동경의 대상을 따라하고 싶어한다
하지만, 암산으로 문제 푸는 습관은 IQ 150이상의 천재가 아니라면 말린다

첫째, 연산력이 점차 떨어져서 **복잡한 수식**이 필요한 문제는 **오답**이 홍수처럼 쏟아진다

두 번째, 어떤 이유로 **내가 틀렸는지** 확인하는데 시간이 오래 걸린다. 시간이 부족해서 암산한다는데, 오답의 **이유**를 못 찾으면 문제를 계속 풀이하는 의미가 없다

해결책 : 시간이 걸려도 **풀이과정**을 **수식**과 **계산**으로 나눠서 진행한다

서술형 문제의 답지를 적는 **훈련**을 **평소에** 진행해야 한다

문제의 **조건**과 **질문**에 1번 해결책처럼 표시하고,

(번호를 매기고, (/) 슬래시로 끊어 구분하기)

풀이과정을 **해설지처럼** 적으려고 최대한 **노력**해야 한다

적어도 문제 조건을 **수식화**하는 단계에서 수식 자체가 **명확히** 적혀 있어야 **부분점수**를 획득할 수 있다

계산은 수식과 구분하여 **헷갈리지 않게** 정리한다

적어도 수식과 계산이 헷갈리지 않게 **나만의 방법**으로 **구분할** 수 있어야 한다

해설지의 풀이과정과 내 풀이과정을 **비교**해서

빠진 부분이 없는지 **확인**한다

답을 맞혔다고 이 과정을 게을리하면 성적은 점차 떨어질 수 있다

시간이 오래 걸린다고???

그게 **현재** 학생의 **실력**이다

최상위권 학생이 수식과 풀이과정을 안 적는 것은
100% 다 적을수 있으며, 시간도 얼마 안 걸린다는 확신이 있기 때문이다
그 학생의 겉모습을 따라하면 안된다

나의 풀이 과정에서 어느 **부분**이 어떤 **이유**로 틀렸는지 **확인**하는 **습관**은 엄~청 중요하다

암산으로 문제 풀이한다면 수학적 사고능력에서 어떤 문제가 발생하고 있는지 정확히 인지할 수 없다

반드시 계산 과정까지 **정확히** 적어야 한다

그것의 필요성을 못 느낀다면 **심화문제집**을 풀어보면

스스로 잘못된 점을 인지할 수 있을 것이다

3. ABC 합창단에서 1조와 2조로 나뉘어 캠핑을 간다. 캠핑장은 출발지에서 60km 떨어져 있으며, 1조는 출발지에서 시속 5km로 걸어가고, 2조는 시속 60km로 자동차를 타고 이동한다. 도중에 어느 지점에서 2조를 태운 자동차가 서고, 2조는 거기에서부터 시속 5km로 캠핑장까지 걸어간다. 그 대신 자동차는 같은 속도로 1조에게 다가가 1조를 모두 태우고 캠핑장으로 향한다. 2조가 1조보다 11분 늦게 캠핑장에 도착하였다면, 1,2조의 자동차로 이동한 거리는 각각 몇 km인가?

1조 자동차 이동 거리 : x km / 2조 자동차 이동 거리 : y km

$$\frac{60-x}{5}+\frac{x}{60}+11=\frac{60-y}{5}+\frac{y}{60} \quad \therefore x=y+1$$

$$y+\{x-(60-y)\}+X=2x+2y-60$$

$$60\times(\frac{60-x}{5}+\frac{x}{60})=2x+2y-60$$

수식은 꼭 적고, 계산 과정은 따로 적는거다

3> 해설지가 깨끗하다

교재를 바꾸거나 해설지 보는 습관을 바꿔야 한다

안 좋은 이유 : 해설지로 답만 확인할 뿐, **분석**은 안한다는 증거이다

만일 정답률이 높아 굳이 분석을 안해도 된다면,
문제집을 바꿔야 한다

가끔 자신감을 상승시키기 위해 쉬운 문제집을 풀릴 때도 있다. 단, 메인 문제집은 오답이 적어도 20%이상은 나와야 **공부하는 목적**을 달성하는 것이다

그 20%이상의 오답을 정확히 **분석**하여 틀리지 않는 **사고과정**을 머릿속에 넣어두어야 한다
즉, 풀이하는 문제를 더 수준 높은 것으로 바꾸거나 **해설지**로 **분석**하는 습관을 길러야 한다

해결책 : **해설지**로 **분석**하는 습관 기르기

문제집을 적정수준으로 바꿔서 풀이한 후

20%가량의 오답을 분석할 때, 해설지를 활용한다

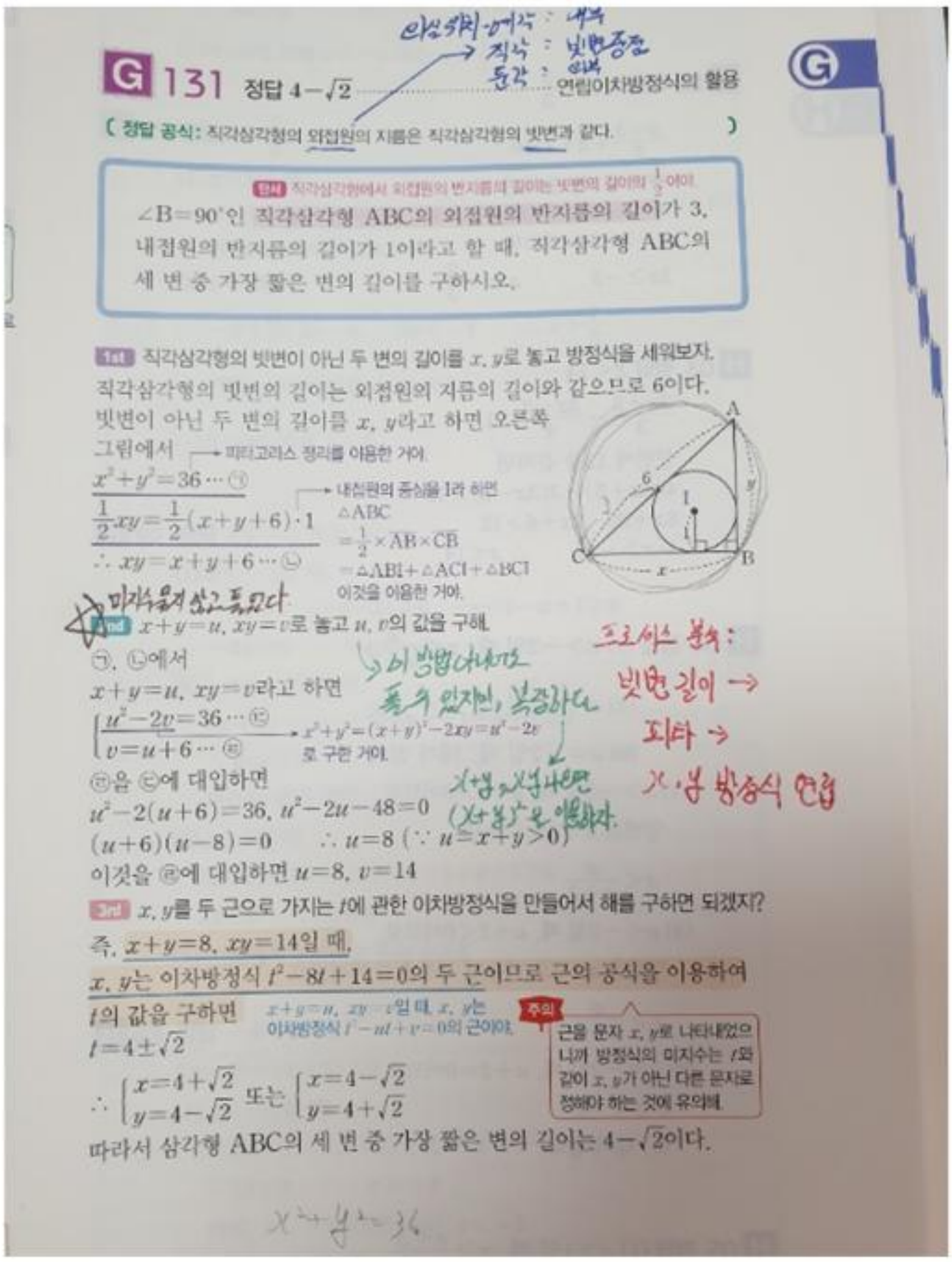
따라서, 수학 **개념서**는 개념 설명이 자세하다면,

해설지가 간단하고 두께가 얇아도 괜찮다

하지만, **유형서** 혹은 문제집은 해설지가 자세하고

두꺼워야 한다

수학(상) 자이스토리 해설 171p G131



G 131 정답 $4-\sqrt{2}$ ..... 연립이차방정식의 활용

(정답 공식: 직각삼각형의 외접원의 지름은 직각삼각형의 빗변과 같다.)

$\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 3, 내접원의 반지름의 길이가 1이라고 할 때, 직각삼각형 ABC의 세 변 중 가장 짧은 변의 길이를 구하시오.

1st 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이를 x, y로 놓고 방정식을 세워보자.

직각삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 6이다.

빗변이 아닌 두 변의 길이를 x, y라고 하면 오른쪽 그림에서

$x^2+y^2=36 \cdots ㉠$

$\frac{1}{2}xy=\frac{1}{2}(x+y+6)\cdot 1$

$\therefore xy=x+y+6 \cdots ㉡$

2nd $x+y=u$, $xy=v$로 놓고 u, v의 값을 구해.

㉠, ㉡에서

$x+y=u$, $xy=v$라고 하면

$\begin{cases} u^2-2v=36 \cdots ㉢ \\ v=u+6 \cdots ㉣ \end{cases}$

㉣을 ㉢에 대입하면

$u^2-2(u+6)=36$, $u^2-2u-48=0$

$(u+6)(u-8)=0$ $\therefore u=8$ ($\because u=x+y>0$)

이것을 ㉣에 대입하면 $u=8$, $v=14$

3rd x, y를 두 근으로 가지는 t에 관한 이차방정식을 만들어서 해를 구하면 되겠지?

즉, $x+y=8$, $xy=14$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2-8t+14=0$의 두 근이므로 근의 공식을 이용하여

t의 값을 구하면 $t=4\pm\sqrt{2}$

$\therefore \begin{cases} x=4+\sqrt{2} \\ y=4-\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4-\sqrt{2} \\ y=4+\sqrt{2} \end{cases}$

따라서 삼각형 ABC의 세 변 중 가장 짧은 변의 길이는 $4-\sqrt{2}$이다.

자이스토리 시리즈는 수능기출문제 와 수능형문제의
풀이과정을 자세하고 친절하게 알려주는 좋은 문제집이다

그냥 읽지만 말고
1) 내가 **잊어버린** 관련 개념으로 **프로세스** 정리
2) 내가 틀린 단계에 **표시** -> **틀린 이유** 작성
-> **해결책** 정리
해야 한다

가끔 **프로세스 분석**할 때, 풀이과정을 **보고 분석**하라고 하면 문제를 **안 푸는** 학생이 있다

눈으로 풀이하는 것은
내가 풀이한 과정에 **확신**이 있고, 정답도 유도 **가능할** 때 하는 것이다

오답이 나왔을 때, **오답**에 대한 **분석**은 절대 눈으로 하는게 아니다

생각하지 못한 풀이방법에 대한 힌트를 얻으면

그 풀이방법만 눈으로 인지하고, 다시 한번 직접 손으로

풀어봐야 정확히 이해할 수 있는거다

눈으로 풀이과정을 읽는다는 것은 그 과정을 암기

하겠다는 굳은 의지이다

단기암기형 학생이 탄생하는 이유이다

똑같은 수업을 진행하여도 전혀 다른 결과를 만드는 이유는

사고하려 노력하는 정도의 차이이다

앞의 3가지만 바꾸어도 수학 공부는 달라질 것이다

제대로 이해하고 공부하는 습관을 만드는 공부법이

매우 중요하다

02 성장하는 공부습관

1>거짓말 하지 않는 공부

학원 과제 100점인데, 시험점수 평균 이하일까?

학생이 의도하든 의도하지 않든
거짓말하는 공부를 하게 되면 무슨 문제가 생길까?
학원 과제 100점이라고 했는데,
시험 점수가 정말 마음에 안들게 나온 기억 있을 것이다
이것 때문이다

2>오답으로 실력 키우는 공부

많은 문제 풀고, 기대 이하의 시험점수를 받았나?

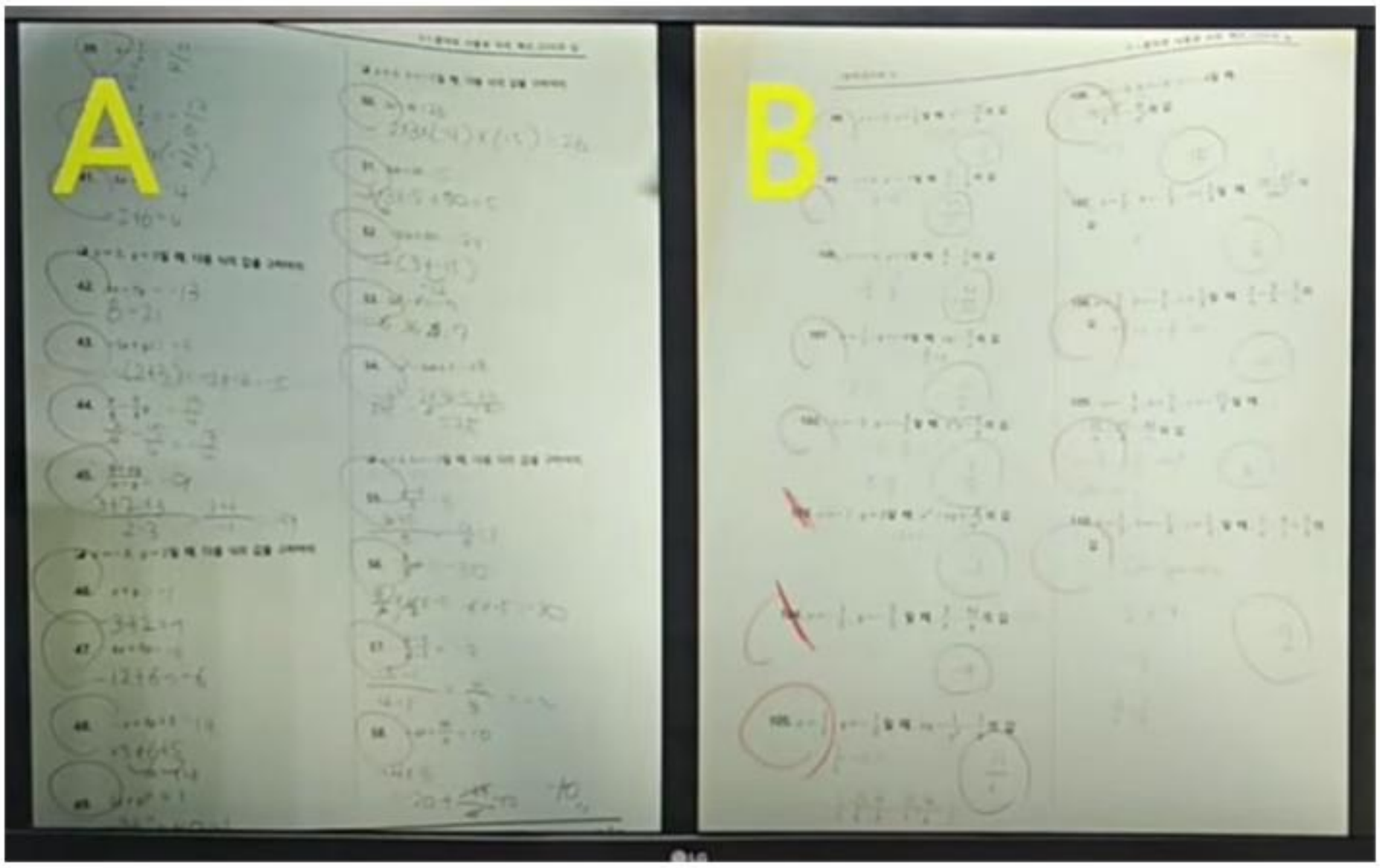
문제를 엄청 학원에서 던져준 걸 다 풀었는데, 기대 이하의 점수가 나와다
이게 뭐가 문제지? 이렇게 많이 풀었는데?
이게 안돼서 그런 것이다

▶공부습관 가이드 3가지

1>빨간 X표시하면, 칭찬하기
2>100점이라고 칭찬만 하지 말기
3>틀린 이유 쓰기

1>빨간 X표시하면, 칭찬하기

틀렸다는 표시(빨간 X표시)를 보면, 잘했어~라고 칭찬해주면 된다



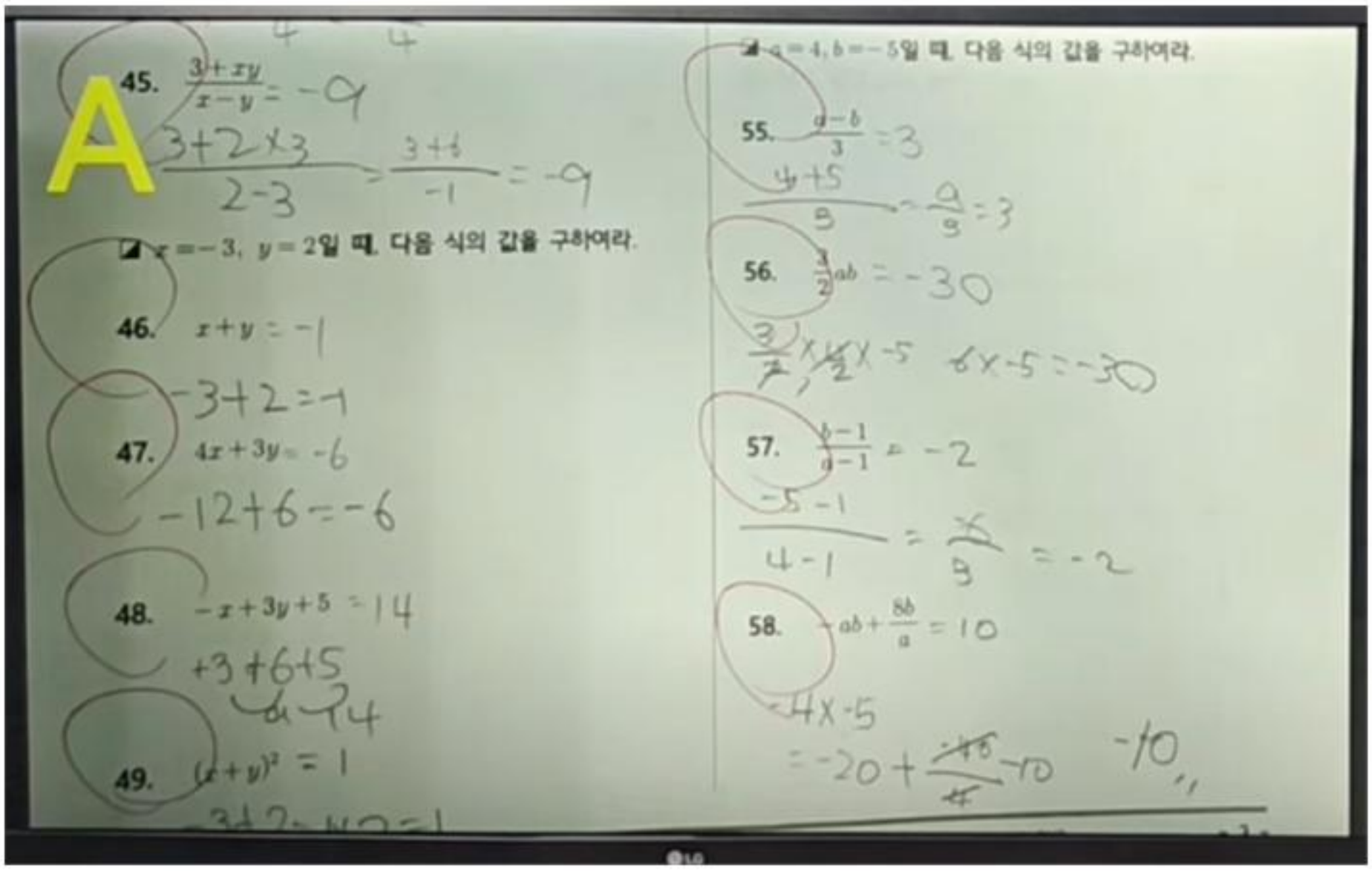
보통 어느 학생이 더 잘 했다고 보이는가?
A학생이 더 잘한 것처럼 보일 것이다
하지만, B학생이 더 잘 했을 수 있다

왜? B학생이 뭐가 다를까?

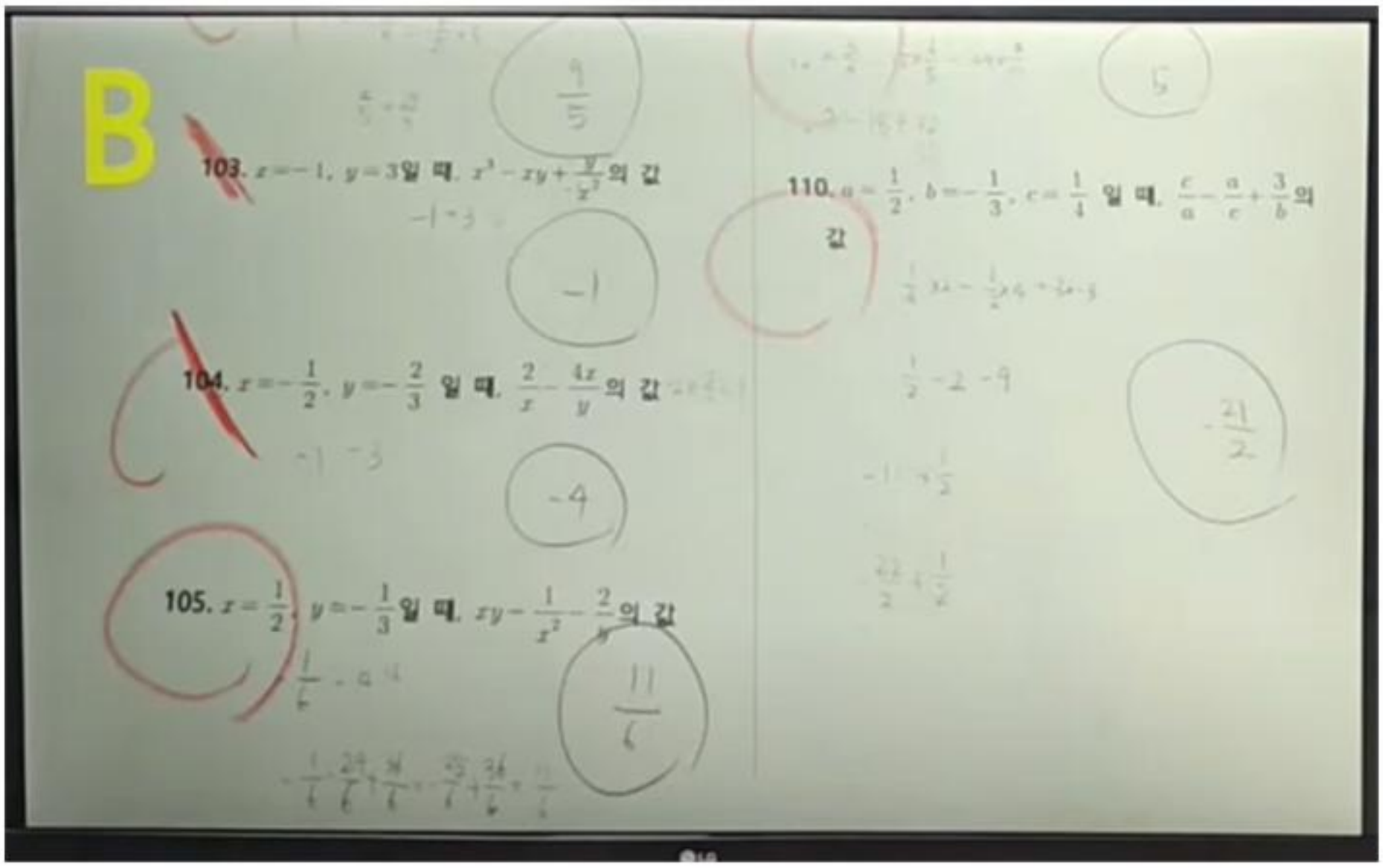
문제집에서 **빨간 X**가 보인다면?

칭찬해줘야 한다!!!

공부하다보면, 진도가 나갈 때 실망스러운 부분이 있을 것이다
잘 하는 것도 있고, 걱정되는 것도 있다
A학생,B학생 모두 똑같은 범위의 똑같은 시간동안 공부시킨 것이다



A학생처럼
문제집 전체가 O(동그라미)로 되어 있다고, 칭찬만 하지 마라~
왜? 그럴까? A학생과 B학생의 차이점은 뭘까?



B학생은 성장하는 공부습관을 가지고, 그 기준으로 공부를 설정했다
(문제도 2배 더 풀었다)
그래서 B학생이 더 잘하고 있는 것이다

그럼 **틀리라는 얘기인건가**?

공부를 어떻게 해야 되는지 공부의 방향을 잡아주어야 한다
잘하고 있는데도 화낼 수 도 있고, 성장하는 방식이 아닌데, 칭찬할 수 있다
이거를 주의해야 한다

왜 그럴까?

▶학년이 올라갈수록 난이도가 계속 높아진다

초등,중등,고등으로 가면 공부 난이도가 계속 올라가기 때문에
초등처럼 개념 봤다고 해서 **100점** 맞는 공부는 하기 힘들어진다

고등에서는 개념을 보고도 **50점**,40점,30점을 받게되는
공부를 할수 밖에 없게 된다
그러면 그때마다 **좌절한다면**, 학생은 성장하지 못하게 된다
그래서 다 맞는 공부를 할 수 없다는 걸 **받아들여야 한다**

특히, 초등에서 **중등 공부**로 넘어갈 때 보면,
초등 문제집은 개념을 잘 알면 거의 다 맞는다

그런데 중등 문제집부터는 뻥뻥뻥 틀리기 시작하면,
학부모는 "우리 애가 왜 이래? 왜?"
너 정신 좀 차려!!! 막 이러게 된다
집중해!!! 집중한다고 맞지 않는다

틀릴 수 있다! 집중을 죽어라 해도 틀릴수 있다!

틀리는게 문제가 아니다
틀린 부분들을 잘 메꿔서 **자기 것으로 만들면**
그게 실력이 되는 것이다
틀리는건 **난이도가 높아짐**에 따라서 많아질 수 밖에 없다

▶부족한 부분을 채우는 공부를 계속 해야 된다

그래야지만 시험에 강한 공부인거다

평소에 다 100점 맞는 학생들이 시험장 가서 틀린 다음에
"나 왜 틀렸는지 몰랐어"
이런 얘기를 하는 경우들이 많다

자기가 틀릴 것이 **평소** 공부에서 **예측**이 되어야 한다
그래서 **틀리는게 괜찮은 공부**여야 한다

▶틀리는 것에 대한 두려움을 없애줘야 한다

최상위권은 평소 공부할 때, 틀리는걸 무서워하지 않는다
오히려 반가워한다
"와 틀렸다"
"이거 고치면 내 단점이 딱 메꿔져서, 시험에서는 절대 안 틀리겠지? "
그래서 **틀리는** 문제가 나오도록 **시도**를 하게 된다
(시행착오 필요한 이유)
그런데, 틀리는 것에 대한 두려움을 갖고 있는 학생들은
어려운 난이도의 문제를 도전하거나 빨리 풀어서 내 계산 실수가 튀어나와서
자연스럽게 **나의 오류**를 **찾게 되는 연습**을 안하게 된다
도전을 안 하는 것이다

그렇기 때문에 **틀린 표시**를 딱 해놨으면,

"정직하게 표시도 잘 해놨네?"

"너의 약점을 누구에게나 보여줄 수 있게 확실히 이렇게 표시해놨어?"

"이거 고치면 넌 진짜 훌륭한 사람이 되겠다"

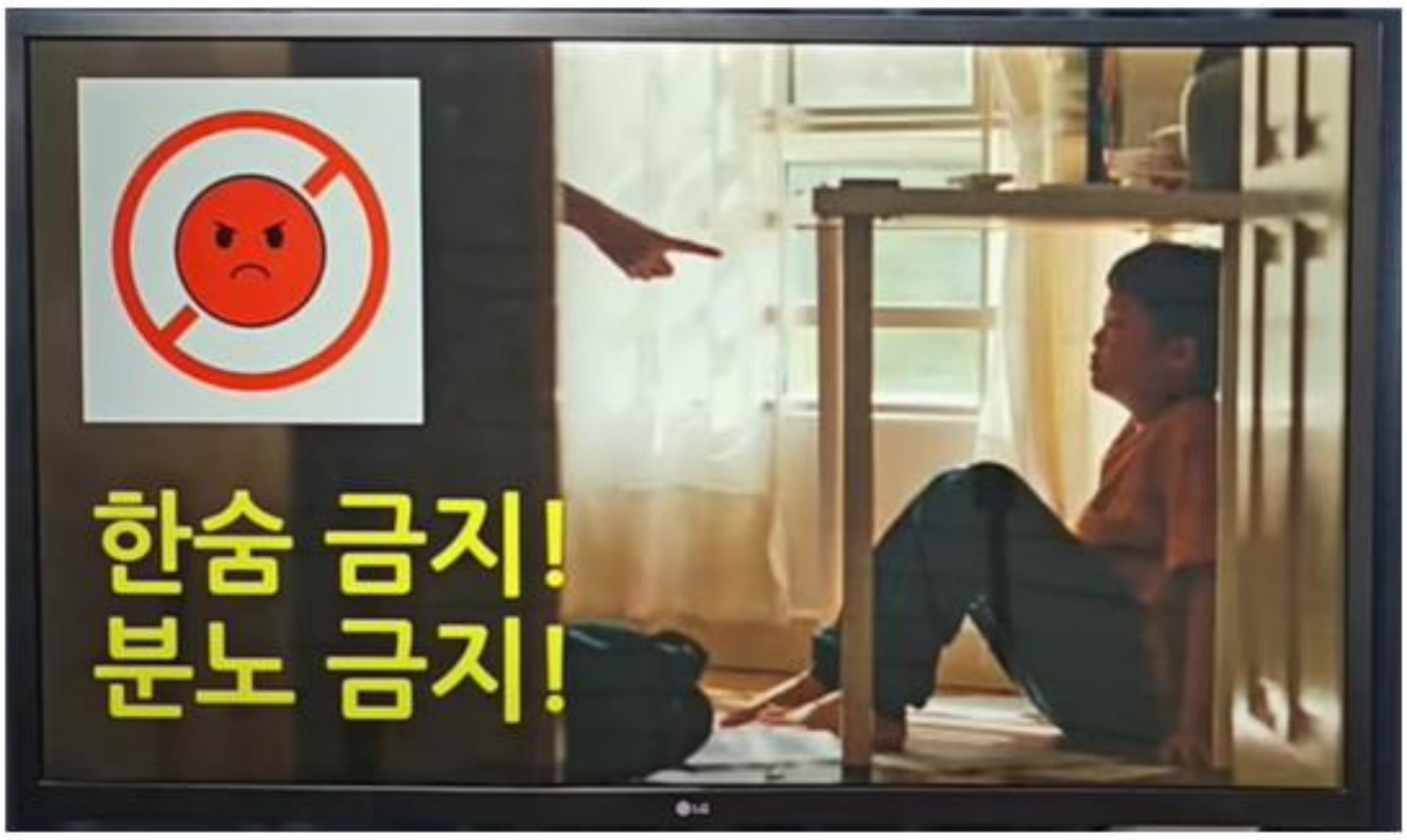
~이러면서 틀린 표시한 것 자체로 **칭찬**해 줘야 한다

(1)지속적인 난이도 상승
-> 다 맞는 공부 지속 불가
(2)부족한 부분 찾고 채우는 공부
-> 시험에 강한 공부
(3)틀리는 것에 대한 두려움
-> 도전 시도 X

그래서 **하지 않아야 하는** 것이 **2가지**가 있다

학생들이 직접 얘기한 것이다

한숨 금지!!! 분노 금지!!!



수업때, **"틀려도 돼"**라고 얘기해야 한다

"틀려도 돼, 틀리고 도전해, 분석해"
이렇게 얘기해주면 된다

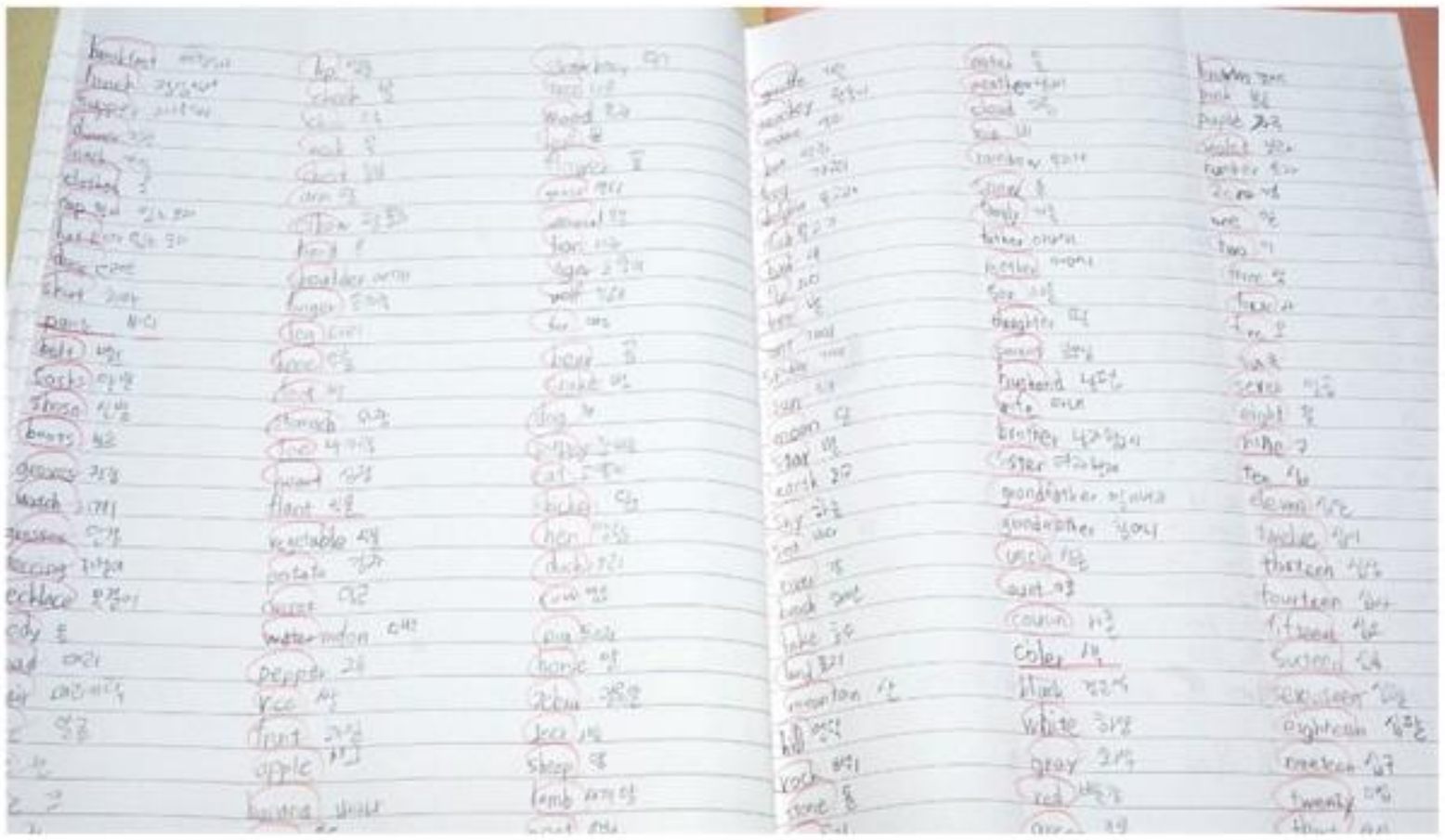
"틀리니까 엄마한테 혼났어요"
"틀리니까, 엄마가 한숨 쉬어요"
이런 얘기를 학생들이 얘기해서 안타깝게 생각한다

학생에 대한 공부지도를 하게 되면,
한숨을 쉬면 안되고, 분노하면 더욱 안된다
옆에서 오답을 받아들이는게 힘들어 하면,
학생이 **오답에 대한 타격감**이 너무 심해 나아가질 못한다

맞는 것 보다 틀린 걸 다시 공부하는 걸 중요하게 여길 수 있도록
공부습관을 잡아야 한다
그리고 **틀린 이유**를 물어보고 다시 공부했는지 확인하면 된다
그래야 틀린 문제를 회피하지 않는 것이다

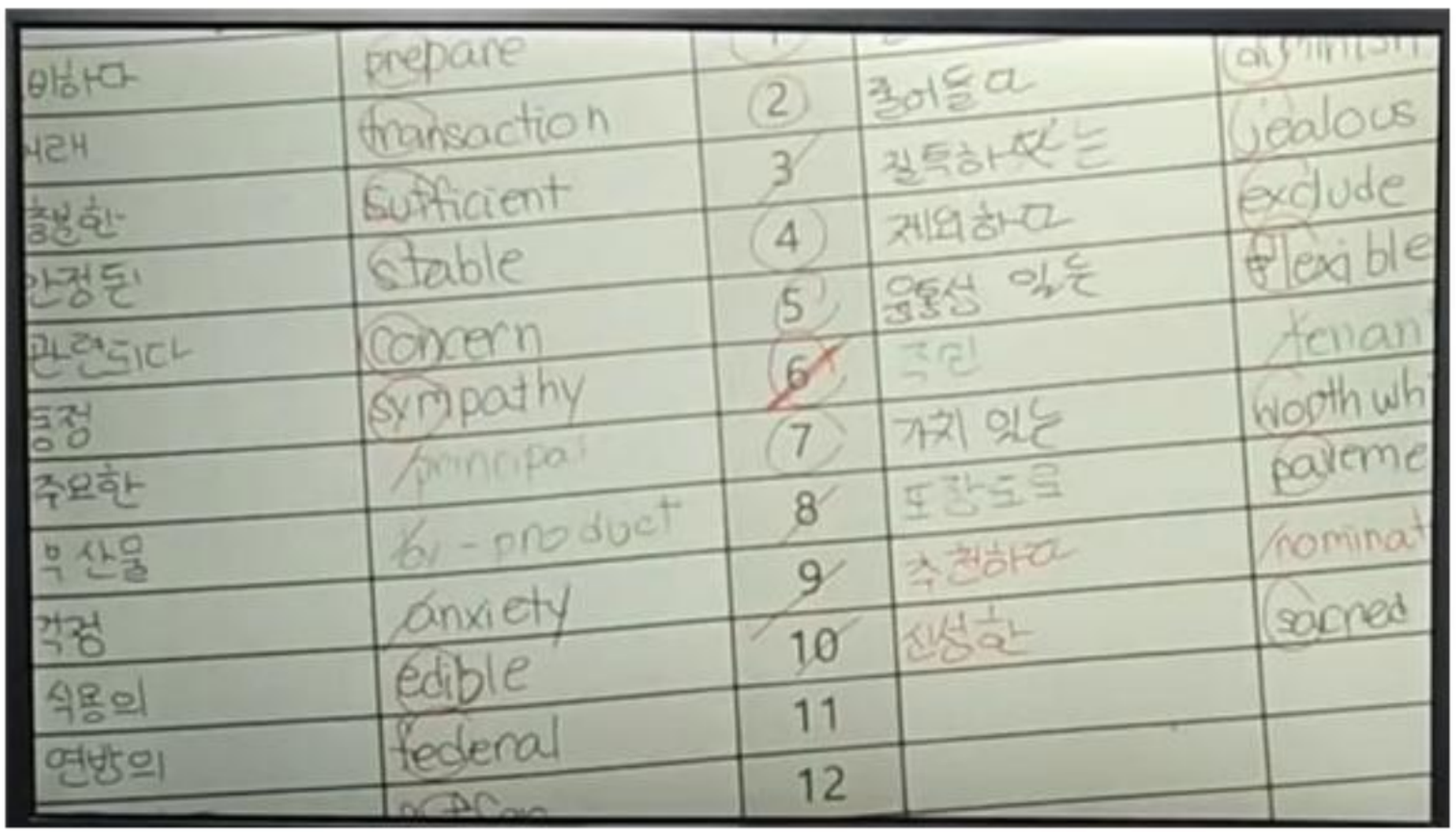
(1)다 맞을 때까지 공부
-> 속도 향상 불가
(2)80-90% 맞는 최적 시간 찾기
-> 지속적인 속도 향상
(3)약한 부분 찾기
-> 시험에서 틀릴 가능성 예방

2>100점이라고 칭찬만 하지 말기



"이거 완전 잘했어!"
이렇게 하고 싶을 것이다

학생이 시간을 충분히 다 들여서 동그라미를 다 만들었다?
이게 좋은 공부일까? 라고 생각해봐야 한다



비상하다	prepare	1		diminish
거래	transaction	2	줄어들다	jealous
충분한	sufficient	3	질투하는	exclude
안정된	stable	4	제외하다	flexible
관련되다	concern	5	융통성 있는	tenan
동정	sympathy	6	주민	worth wh
주요한	principal	7	가치 있는	paveme
부산물	by-product	8	포장도로	nominat
걱정	anxiety	9	추천하다	sacred
식용의	edible	10	신성한	
연방의	federal	11		
		12		

이게 더 좋을 수도 있다
지금 보면 더 많이 틀렸을 것이다. 그런데, 뭔가 색깔로 표시가 되어 있다
파란색도 있고, 초록색도 있고, 빨간색도 있다
이 학생은 더 잘한 것이라고 얘기할 수 있다
이유가 몇가지가 있다

다 맞을 때까지 **천천히** 쌓아놓고,
다 준비된 다음에 어떤 문제를 푸는 경우들이 있다
이런 학생들이 꽤 많다
특히, **영어단어** 테스트

내가 진짜 다 완벽히 외울 때까지 시간을 충분히 가지고
단어 테스트를 최정적으로 보고 그 결과물을 제출해 이러면
시간이 진짜 오래 걸린다

▶그 시간을 절반으로 뚝 자른 다음에
80점 맞을 정도로 시험을 보는 것이다
그렇다면 **나의 단점**들이 다 튀어나와주고
시간도 훨씬 더 줄일 수 있다

내가 항상 다 맞을 정도까지 공부한다는 건
내가 얼마나 시간을 투입하는지 모르고
그 시간이 되게 길어지는 경우들이 너무 많다
시간을 줄이는 공부가 아니다

그래서 80-90점 정도 맞을 정도로 완성됐으면,
도전을 해보는 것이다. 그리고 틀린게 튀어나와?
그러면 그 부분만 다시 외우고 **다시 재도전**

이런 식으로 공부의 단계를 더 쪼갠다면, 공부에 스피드가 생긴다
그래서 지속적으로 속도를 향상할 수 있게 된다
점점 더 빨라진다

▶내가 틀린 부분이 평소 공부할 때
드러나지 않는 공부를 하게 되면,
그러면 시험때 진짜 **위험**한 것이다

방금 전에 단어 테스트 본 학생을 보면
단어 **시험 보기 전에** 뭐 보면 될까?

몇번으로 나눠서 **색깔별** 암기법으로 표시했던
빨간펜,초록펜,파란펜으로 **표시한 것만** 모아서
시험 직전에 본다면 시험장에 가서 틀릴 걸 **예측**할 수 있다
그래서 예측한 거를 **집중해서 공부**하면, 안 틀리게 되는 것이다

그런데, 앞에서 이렇게 다 맞은 학생은
내가 시험장 가기 전에 집중해서 봐야 되는지
다 맞았으니까 알 수가 없다
즉, 이렇게 다 맞은 단어들 중에서도
나한테 더 약한 녀석이 있을 수 있은 것이다
까먹을수 있는 가능성의 단어들이 있을 것이다
그런 것들을 골라내지 못하는 공부를 하는 것이다

그래서 시험장 가기 전에 100점 맞은 학생보다
틀린 걸 표시할 정도로 속도를 내는 공부를 하는게 좋은 것이다
특히, **공부한 것에 비해서** 점수가 안 나오는 학생은
실수없는 점수를 받을 수 있게 되는 것이다

3>틀린 이유 쓰기

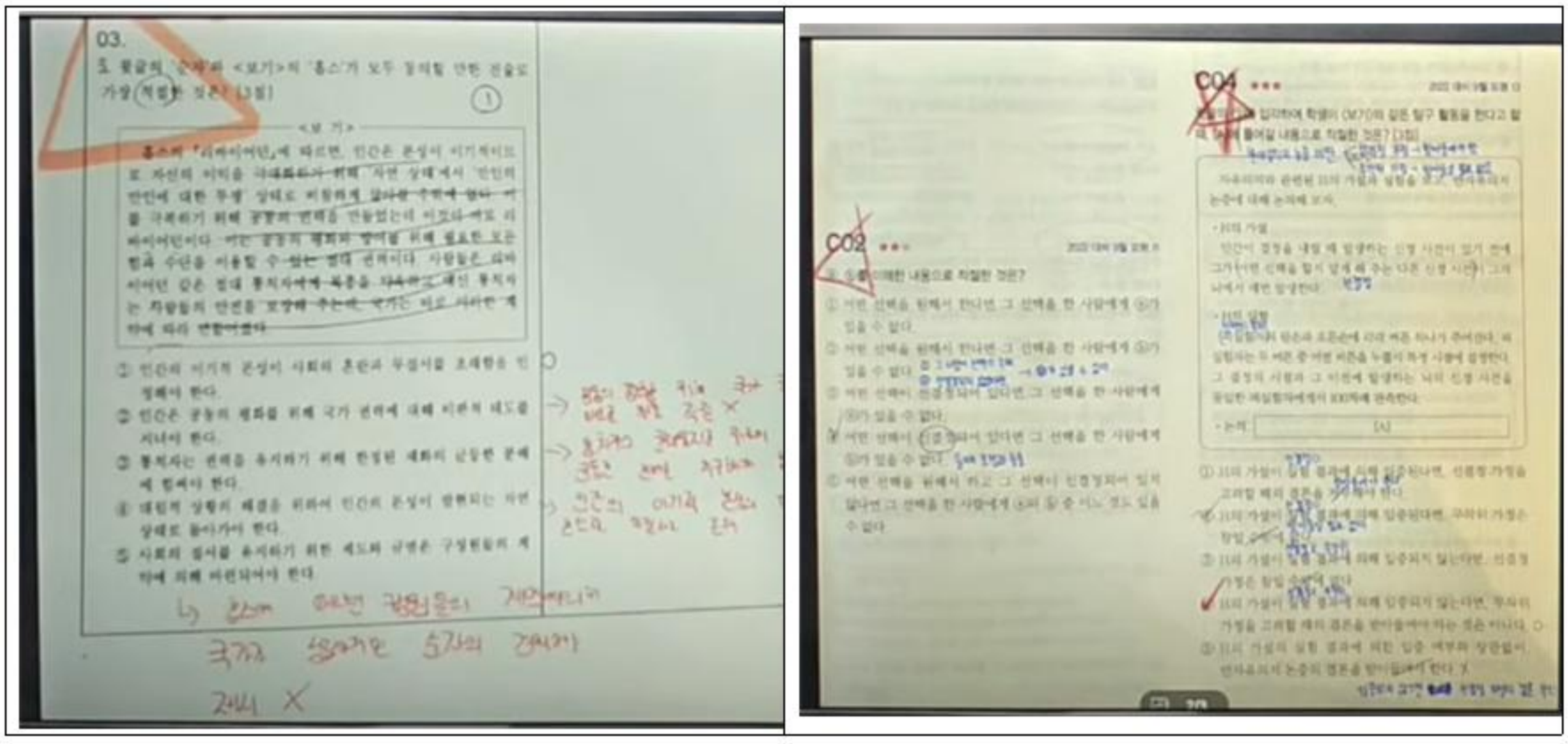
방학때 틀을 잡아야 한다
학기 시작하면, 그 틀을 잡기가 힘들다
시간이 별로 없어서 우왕좌왕하게 된다
그런데, 방학때 시간이 좀 있을거니 가능하다

틀린 이유를 반드시 쓰게 해야 한다

대부분의 학생은 이런 것을 안한다
올백을 맞은 학생이 한 얘기가 있다

본인이 진짜 도움이 많이 됐던 부분이 **오답 분석**~

디테일한 근거를 쓰는 오답 분석이 내신 준비기간을 더 줄이고,
공부시간을 덜 썼음에도 불구하고, 더 좋은 결과를 만들었던
특별한 비법이라고 얘기했다
틀린 문제마다 근거를 쓰는 것이다 즉, 틀린 이유를 쓰는 것이다



보통 틀린거 있으면,
"야~다시 풀어, 다시 맞춰" 이렇게 얘기한다

다시 풀어서 맞을 수 도 있다
그런데 그 문제는 진짜 시간이 지나서 유사한 문제를 풀었을 때
또 틀릴 확률이 굉장히 높다

하지만, 이렇게 **근거**를 하나씩 분석한 학생은

첫 번째 장점이 **구조적이고 논리적으로** 문제를 분석했기 때문에
다시 틀릴 가능성이 굉장히 낮아진다

두번째 장점이 시간이 지나서 학생이 어떤 시험을 대비할 때
시험 직전에 그전 자료들을 살펴볼 때,
오답 분석이 이렇게 근거까지 써서 **자세하게** 되어 있으면,
이 근거가 써있는 것을 보고서
"아~내가 논리적 허점들이 이런게 있구나"
"시험 때는 이렇게 조심해야지"
이걸 알고 시험을 보면, **시험에 강할 수 밖에 없다**

이렇게 **디테일하게** 보기마다 **본인이** 근거를 쓰고
왜 틀렸는지, 왜 생각을 잘못했는지
이렇게 틀린 이유를 **써보는게** 너무 중요하다

이런 공부를 국영수사과 모두 적용이 가능하다
지금 방학때 하는 모든 공부에 다 집어넣으면,
최상위권으로 가는 공부가 되는 것이다

(1)오답 다시 풀어서 정답 만들기?
-> 다음에 또 틀림
(2)논리적 오류 찾아서 문장화
-> 사고력 형성, 대응 시스템 구축
(3)틀린 이유 모아 보기
-> 시험 오류 최소화

▶오답을 다시 풀어서 단순히 정답으로 만들게 되면,

그건 다음에 또 틀릴 가능성만 남겨둔 것밖에 안된다

▶논리적으로 오류를 찾아서 문장으로 만드는 걸 추천한다

그러면서, 생각하는 힘, 사고력이라는 것이 생기게 된다
그리고 서술형으로 쓰기 때문에 서술형 대응 능력까지 만들어지는 것이다

▶틀린 이유만 모아서 나중에 볼 수 있다

그러면 시험 대비할 때 굉장히 큰 힘이 된다
"이런 유형에서 내가 이렇게 생각을 잘못해서 문제를 틀렸었구나"
이런 구조를 아니까 시험장에서도 유사 유형을 봤을때
구조적인 대응책이 매뉴얼로써 떠오르게 된다
그래서 틀린 오답에 대해서 근거 쓰기가 굉장히 중요한 것이다

근거 쓰기 하는 습관을 방학때 잡아준다면,
똑같은 양을 공부하고도 훨씬 더 높은 실력을 만들 수 있게 된다

평소에 학교에서 **단원평가** 시험치고 틀릴 때마다
드디어 내가 모르는 걸 찾아서 **공부할 기회**가 왔다고 다행이라고 생각하자

수학은 정확한 방향으로 꾸준하게 노력해야 합니다. 열공합시다!!!

No Pain, No Gain!!!